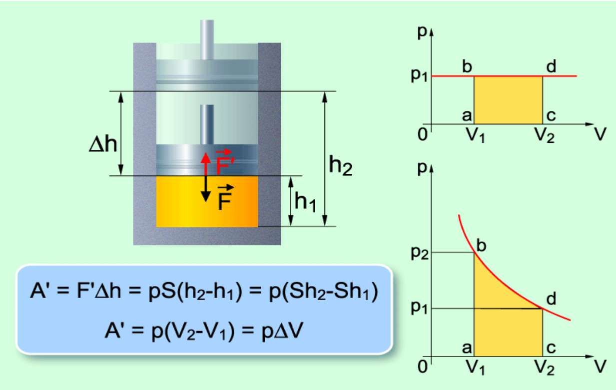
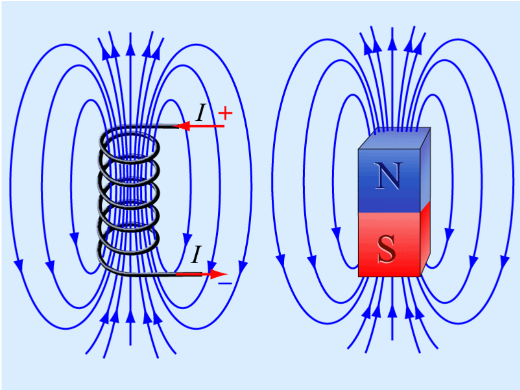
ФГБОУ ВО
Ставропольский государственный аграрный университет

Стародубцева Г. П., Хащенко А. А.,
Любая С. И., Рубцова Е.И.

Курс лекций по физике

Механика, молекулярная физика, термодинамика. Электричество и магнетизм.





Ставрополь - 2020

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Ставропольский государственный аграрный университет

***Стародубцева Г. П., Хащенко А. А.,
Любая С. И., Рубцова Е.И.***

ИЗДАНИЕ № 2

Курс лекций по физике

Механика, молекулярная физика, термодинамика. Электричество и магнетизм.

Ставрополь - 2020

УДК 53 (076.5)
ББК 22.36 я 7
С 773

Рецензенты:
Доктор физико-математических наук, профессор
Симоновский Александр Яковлевич
Доктор технических наук, профессор
Оськин Сергей Владимирович

Стародубцева Г. П.

С773 Курс лекций по физике: учебное пособие / Г.П. Стародубцева; Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь, 2020. – 175с.

В краткой и доступной форме изложен основной теоретический материал, необходимый студентам для успешного изучения разделов курса физики «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество и магнетизм» согласно Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС) и рабочей программы данной дисциплины. Приведено большое количество примеров и иллюстраций, помогающих студентам лучше усвоить основные определения и законы. При изложении лекционного материала соблюдена приемсленность с базовой школьной программой по физике.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 35.03.06 – Агроинженерия, 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов. К достоинству данного учебного пособия следует отнести возможность его использования, при необходимости, в дистанционном режиме обучения.

Рекомендовано к печати методической комиссией электроэнергетического факультета СтГАУ (протокол № 13 от 22 июня 2020 г.)

УДК 53 (076.5)
ББК 22.36 я 7
С 773

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Механика

Тема №1
«Кинематика материальной точки»

План:

1. Предмет Физика. Механика. Кинематика. Система отчета. Материальная точка. Траектория. Длина пути. Перемещение.
2. Скорость как производная радиус вектора по времени.
   2.1. Равномерное движение.
3. Ускорение. Равноускоренное движение.
4. Составляющие ускорения. Тангенциальное и нормальное ускорение.
5. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.
6. Связь угловых и линейных величин.
7. Равномерное движение по окружности.

1. Предмет Физика

Понятие механика, физика, кинематика появились в древней Греции в 7-6 в.в. до н.э. Еще в древней Греции говорилось о первичности материи и о материальности окружающего нас мира.

Материя существует в виде вещества и полей: гравитационных, электрических, электромагнитных, атомных, ядерных и др.

Задача физиков не только объяснить те или иные явления, но и создать целостное представление о мире. Эйнштейн писал: "Высшим долгом физиков является поиск тех общих элементарных законов, из которых возможно получить картину мира".

Первым известным физиком механиком в истории человечества был Архимед, который уделял большое внимание созданию различных приборов в том числе и военного оборудования.

Механика – ("механе" – орудие, приспособление, уловка, ухищрение, позволяющие перехитрить природу). В механике рассматривается движение тел.

Механическим движением называется изменение положение тела относительно других тел с течением времени.

Кинематика – раздел физики в котором изучается движение тел, но не исследуются причины, вызывающие это движение.

Для исследования движения вводится понятие ***материальная точка*** – тело, обладающее массой размерами которого можно пренебречь при решении данной задачи. (Тело обладает массой, но не имеет геометрических размеров).

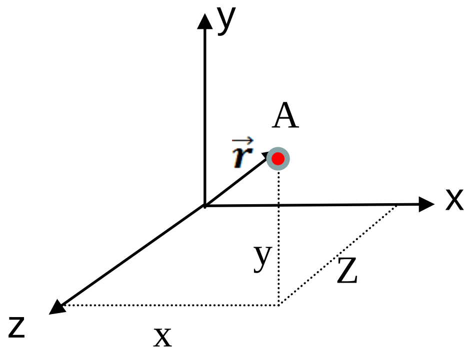


Рис. 1.

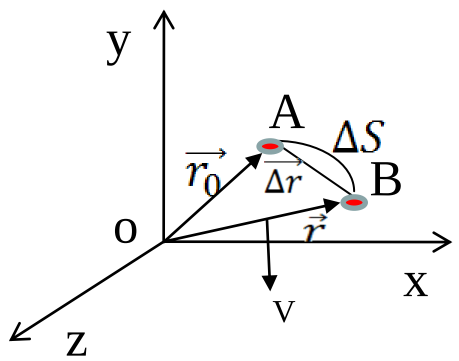
Движение рассматривается в пространстве и во времени, относительно тела отсчета, которое условно считается неподвижным.

Тело отсчета, система координат и часы, отсчитывающие время, образуют систему отсчета.

Чаще всего движение рассматривается в декартовой системе координат (рис. 1).

Положение точки в системе координат определяется координатами x, y, z или радиус вектором $\vec{r}$ проведенным из начала координат в данную точку. При движении материальной точки ее координаты изменяются с течением времени, то есть являются некоторыми функциями времени, и ее движение описывается тремя скалярными уравнениями $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$ или одним эквивалентным векторным уравнением $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При своем движении материальная точка описывает траекторию.

Траектория – это линия, вдоль которой движется тело в пространстве. Рассмотрим перемещение точки из положения **А** в положение **В** за промежуток времени Δt (рис. 2).



АВ – траектория; ΔS - *путь или длина пути* (длина траектории);

ΔS - скаляр, измеряется в [м].

Положение точки А характеризуется радиусом вектором $\vec{r}_0$, а положение точки В характеризуется радиус векторам $\vec{r}$.

$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ - *вектор перемещения* – направленный отрезок прямой, соединяющий начальную и конечную точку движения.

Рис. 2

$\Delta\vec{r}$ - вектор – характеризуется направлением и численным значением.

2. Скорость как производная радиус вектора по времени

Для характеристики движения вводится понятие скорость.

Скорость $\vec{\upsilon}$ – это физическая величина, характеризующая быстроту и направление движения. Пусть материальная точка движется таким образом, что в начальный момент времени ее положение описывается радиус вектором $\vec{r}_0$, а спустя промежуток времени Δt радиус вектором $\vec{r}$.

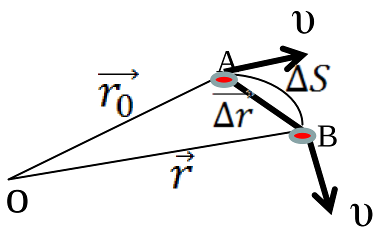


Рис. 3.

В положении А точка имела скорость $\vec{\upsilon}_0$, а в положении В - скорость $\vec{\upsilon}$ (рис. 3). За промежуток времени Δt точка совершила перемещение $\Delta\vec{r}$. Разделив перемещение $\Delta\vec{r}$ на соответствующее этому перемещению время Δt получим значение *средней скорости*:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{1.1}$$

Предельное значение средней скорости при $\Delta t \to 0$ называется *мгновенной скоростью*:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\langle\upsilon\rangle = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{1.2}$$

Мгновенная скорость - это первая производная радиус вектора по времени. При $\Delta t \to 0$, $\Delta S \to \Delta\vec{r}$ и численное значение мгновенной скорости определяется выражением:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \tag{1.3}$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения.

Выразив S из (1.3) уравнения, получим $dS = \vec{\upsilon}\cdot dt$.

Для того чтобы найти пройденный путь, последнее выражение необходимо проинтегрировать от t до $t+\Delta t$:

$$S = \int_t^{t+\Delta t}\vec{\upsilon}\cdot dt.$$

2.1. Равномерное движение

Равномерным называется движение с постоянной скоростью, при котором тело (точка) за равные промежутки времени проходит равные расстояния.

При прямолинейном равномерном движении ($\vec{\upsilon} = const$) длина пути S и перемещение $\Delta\vec{r}$ равны по модулю, формула для расчёта пройденного пути при равномерном движении имеет вид:

$$\Delta S = S = \vec{\upsilon} \cdot \Delta t \ ,$$

где S - путь – [м]; Δt - время –[с]; $\vec{\upsilon}$ – скорость – $\left[\frac{м}{с}\right]$

3. Ускорение. Равноускоренное движение

Ускорение – физическая величина, которая характеризует быстроту изменения скорости как по величине, так и по направлению. Пусть за время Δt, скорость изменилась на величину $\Delta\vec{\upsilon}$. Величина среднего ускорения определяется по формуле:

$$\langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \tag{1.4}$$

$\vec{a}$ - ускорение – $\left[\frac{м}{с^2}\right]$- метр на секунду в квадрате.

Предел, к которому стремится среднее ускорение, при $\Delta t \to 0$ называется ***мгновенным ускорением*** (первая производная скорости по времени):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \tag{1.5}$$

Известно, что скорость – это $\vec{\upsilon} = \frac{dS}{dt}$. Подставив значение скорости в формулу мгновенного ускорения, получим:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{dS}{dt}\right) = \frac{d^2S}{dt^2} \tag{1.5a}$$

Таким образом, мгновенное ускорение – это вторая производная пути по времени

Равноускоренное движение – движение с постоянным ускорением (a = const).

Пусть точка имела начальную скорость υ_0, а спустя время t - конечную скорость $\vec{\upsilon}$, тогда ускорение точки определится выражением:

$$\vec{a} = \frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0}{t} \Rightarrow \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a} \cdot dt \quad -$$

скорость при равнопеременном движении.

При движении без начальной скорости ($\vec{\upsilon}_0 = 0$):

$$\vec{\upsilon} = \vec{a} \cdot dt$$

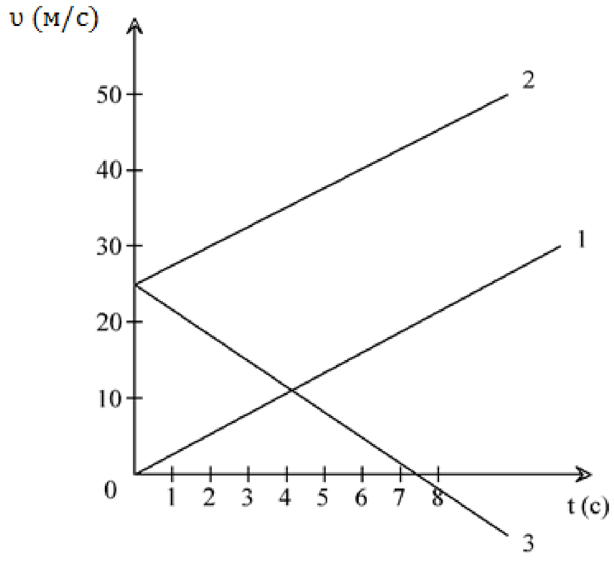


Рис.3а

На рис. 3а представлен график скорости равнопеременного движения. Если начальная скорость $\overrightarrow{\upsilon_0}$ равна 0, то график имеет вид прямой (1) выходящей из начала координат, если начальная скорость $\overrightarrow{\upsilon_0}$ отлична от 0 и тело движется с положительным ускорением, то график зависимости скорости от времени представлен прямой (2), при замедленном движении прямой (3).

Для определения пути при ускоренном движении проинтегрируем последнее выражение от 0 до t.

$$S = \int_0^t \vec{\upsilon} dt = \int_0^t \left(\vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t\right) dt = \vec{\upsilon}_0 t \pm \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

Путь без учета времени при равноускоренном движении определяется по формуле:

$$S = \frac{\upsilon^2 \cdot \upsilon_0^2}{2\vec{a}} \rightarrow \text{при}\, \vec{\upsilon}_0 = 0,\ \mathrm{S} = \frac{\upsilon^2}{2\vec{a}}$$

Выразим скорость при равноускоренном движении без учета времени и при $\overrightarrow{\upsilon_0}$:

$$\vec{\upsilon} = \sqrt{2\vec{a}S}$$

4. Составляющие ускорения. Тангенциальное и нормальное ускорение

При прямолинейном поступательном движении все точки тела описывают одинаковые траектории. Вектора ускорения и скорости направлены вдоль одной прямой, при ускоренном движении - в одну сторону, а при замедленном движении - в противоположные стороны.

При криволинейном движении ускорение может составлять со скоростью некоторый угол α. Разложим $\vec{a}$ на две составляющие: $\vec{a}_n$ - нормальное и $\vec{a}_\tau$ - тангенциальное ускорение. $\vec{a}_\tau$ направлено вдоль вектора скорости и $\vec{a}_n$ перпендикулярно ему (рис. 4).

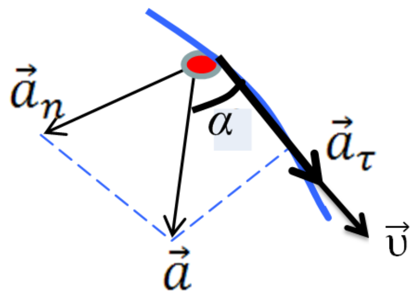


Рис. 4.

$\vec{a}_\tau$ - ***тангенциальное ускорение*** - характеризует изменение вектора скорости $\vec{\upsilon}$ по величине (модулю) и определяется по формуле: $\vec{a}_\tau = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$;

$\vec{a}_n$ - ***нормальное ускорение*** - характеризует изменение вектора скорости $\vec{\upsilon}$ по направлению и определяется по формуле: $\vec{a}_n = \dfrac{\vec{\upsilon}^2}{R}$,

Где R – радиус кривизны траектории данного участка пути.

Модуль полного ускорения определяется по теореме Пифагора:

$$a^2 = \vec{a}_n^{\,2} + \vec{a}_\tau^{\,2},\quad a = \sqrt{\vec{a}_n^{\,2} + \vec{a}_\tau^{\,2}}\,.$$

Рассмотрим примеры движения материальной точки в следующих случаях:

1) $a_n = 0 \qquad a_\tau = 0$ - равномерное прямолинейное движение

2) $a_n = const \qquad a_\tau = 0$ - равномерное движение по окружности

3) $a_n = const \qquad a_\tau = const$ - равноускоренное движение по окружности

4) $a_n = 0 \qquad a_\tau = const$ - равноускоренное прямолинейное движение.

Выведем формулу нормального ускорения.

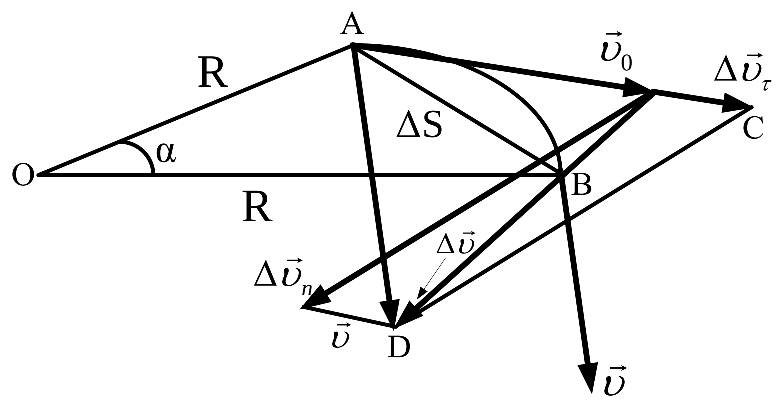


Рис. 5.

Пусть точка, имея скорость $\vec{\upsilon}_0$ в А, переместилась в положение В и ее скорость стала $\vec{\upsilon}$ (рис. 5). Для того, чтобы найти изменение скорости $\Delta\vec{\upsilon}$, перенесем параллельным переносом $\vec{\upsilon}$ из В в А. Разложим $\Delta\vec{\upsilon}$ на $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$ и $\Delta\vec{\upsilon}_n$.

Из подобия равнобедренных треугольников ОАВ и АДС следует:

$$\frac{CD}{AB} = \frac{\vec{\upsilon}}{R} \tag{1.7}$$

Из чертежа видно, что

$$CD = \Delta\vec{\upsilon}_n \tag{1.8}$$

$$AB = \vec{\upsilon} \cdot \Delta t \tag{1.9}$$

Подставив правые части уравнений (1.8.) и (1.9) в (1.7) получим:

$$\frac{\Delta\vec{\upsilon}_n}{\vec{\upsilon} \cdot \Delta t} = \frac{\vec{\upsilon}}{R} \tag{1.10}$$

умножим обе части на $\vec{\upsilon}$ получим: $\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_n}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

При $\Delta t \to 0$ $\lim\limits_{\Delta t \to 0} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_n}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{\upsilon}_n}{dt} = a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

$a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ - нормальное ускорение (1.11)

5. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение

Вращательным называется движение, при котором все точки твердого тела описывают окружность, центры которых лежат на неподвижной оси вращения $OO^{/}$.

Абсолютно твердым телом называется тело, деформациями которого можно пренебречь в данных условиях.

Для характеристики вращательного движения вводится понятие *угла поворота* - $\Delta\varphi$ (рис. 6).

Пусть материальная точка вращается по окружности радиусом R и за время Δt перемещается из положения A в положение B (рис. 7).

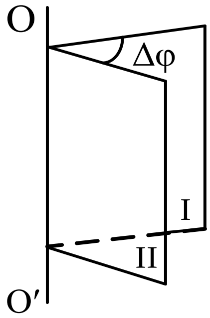


Рис. 6.

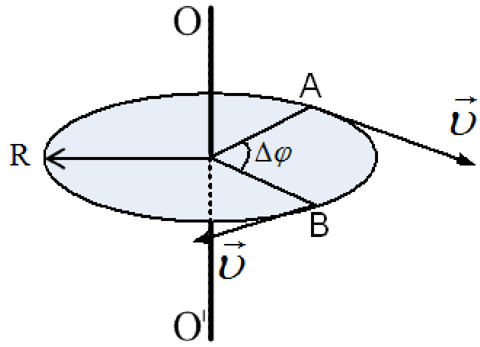


Рис. 7.

За это время радиус-вектор совершил поворот на угол $\Delta\varphi$. Отношение угла $\Delta\varphi$ поворота ко времени $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, за которое этот поворот произошел, называется ***средней угловой скоростью***:

$$\langle\omega\rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \tag{1.12}$$

Перейдя к пределу в (1.12) уравнении при $\Delta t \to 0$ получим значение ***мгновенной угловой скорости***:

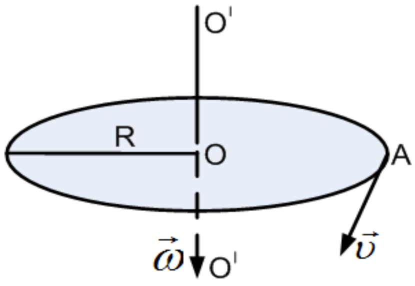
$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \tag{1.13}$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} \tag{1.14}$$

Таким образом, мгновенная угловая скорость – это первая производная угла поворота радиуса $\Delta\varphi$ по времени.

Измеряется угловая скорость: $[\vec{\omega}] = \left[\frac{рад}{с}\right] = \left[c^{-1}\right]$

Направление угловой скорости определяется правилом правого винта (рис. 8):



Если вращательное движение рукоятки винта совпадает по направлению с линейной скоростью $\vec{v}$, то поступательное движение винта укажет направление угловой скорости $\vec{\omega}$.

Рис. 8.

Предположим, что за промежуток времени Δt угловая скорость $\vec{\omega}$ получила приращение $\Delta\vec{\omega}$, тогда отношение $\dfrac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$ будет определять значение *среднего углового ускорения:*

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} \tag{1.14}$$

Измеряется угловое ускорение: $[\varepsilon] = \left[\dfrac{рад}{c^2}\right]$

Перейдя к пределу в уравнении (1.14) при $\Delta t \to 0$ получим *мгновенное угловое ускорение*:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \tag{1.15}$$

Подставив в уравнение (1.15) значение ω из уравнения (1.13) получим:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \tag{1.16}$$

Угловое ускорение есть первая производная угловой скорости по времени или вторая производная угла поворота радиуса по времени.

При ускоренном движении направление векторов угловой скорости и углового ускорения совпадают, при замедленном - направлены в противоположные стороны.

6. Связь угловых и линейных величин

Выведем формулы, связывающие линейные и угловые величины. Известно, что при вращательном движении путь $\Delta S = R \cdot \Delta\varphi$ (рис. 9) при $\Delta t \to 0$, $dS = R \cdot d\varphi$, так как $\upsilon = \dfrac{dS}{dt}$, то $\upsilon = \dfrac{dS}{dt} = \dfrac{R \cdot d\varphi}{dt} = R\omega$.

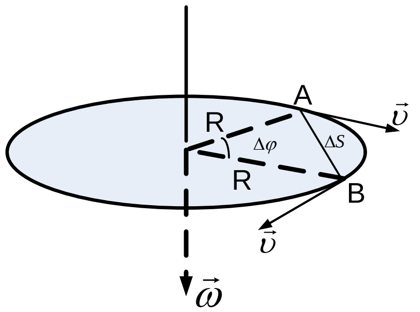


Рис. 9.

Таким образом, связь между угловой и линейной скоростями определяется выражением:

$$\overline{\upsilon} = R \cdot \overline{\omega} \tag{1.17}$$

Тангенциальное ускорение определяется выражением: $\vec{a}_\tau = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$,

так как $\vec{\upsilon} = R \cdot \vec{\omega}$ (1.17), то

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\left(R \cdot \vec{\omega}\right)}{dt} = R\frac{d\vec{\omega}}{dt} = R\vec{\varepsilon}\ .$$

Таким образом, связь между тангенциальным, линейным и угловым ускорением определяется выражением:

$$\vec{a}_\tau = R\vec{\varepsilon} \tag{1.18}$$

Известно, что значение нормального ускорения определяется выражением: $\vec{a}_н = \dfrac{\vec{\upsilon}^2}{R}$. Так как линейная скорость $\vec{\upsilon} = R\vec{\omega}$, то подставляя ее значение в выражение для нормального ускорения, получим формулу связи данных величин:

$$\vec{a}_н = \frac{\vec{\omega}^2 R^2}{R} = \vec{\omega}^2 R \tag{1.19}$$

7. *Равномерное движение по окружности*

Равномерным движением по окружности называется такое движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит равные дуги. Пусть точка совершила 1 оборот, тогда $\Delta t = T$; $\Delta\varphi = 2\pi$, где Δt – время, T – период времени, в течении которого материальная точка совершает полный оборот,

$\Delta\varphi$– угол поворота. Значение угловой скорости при равномерном движении по окружности определяется выражением:

$$\omega = \frac{\Delta \nu}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \qquad (1.20)$$

$\nu = \frac{1}{T}$ - частота вращения – число полных оборотов в единицу времени $[\nu] = [\text{Гц}]$ (Герц).

С учетом данной величины угловая скорость может быть также определена выражением:

$$\omega = 2\pi\nu\,. \qquad (1.21)$$

При равномерном движении по окружности линейная скорость определится по формуле: $\upsilon = \frac{\ell}{t}$.

Если материальная точка совершила полный оборот, то $\ell = 2\pi R$ (длина окружности), $t = T$, таким образом, значение линейной скорости движения точки определится выражением:

$$\vec{\upsilon} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu \qquad (1.21.1)$$

Из сравнений формул $\vec{v} = 2\pi R\nu$ (1.21.1) и $\vec{\omega} = 2\pi\nu$ (1.21) получаем формулу

$$\vec{\upsilon} = \vec{\omega} R\,.$$

Пусть точка имеет угловую скорость ω_0, а через промежуток времени t - ω, тогда угловое ускорение определится выражением:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_0}{t} \qquad (1.22)$$

Выразим из уравнения (1.22) угловую скорость $\vec{\omega}$:

$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 \pm \vec{\varepsilon} \cdot t$ - угловая скорость при равнопеременном вращательном движении.

$\vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t \pm \frac{\vec{\varepsilon} \cdot t^2}{2}$ - угловое перемещение при равнопеременном вращательном движении.

Тема № 2

«Динамика материальной точки»

План:

1. Первый закон Ньютона. Масса. Сила.
2. Второй и третий законы Ньютона. Импульс.
3. Закон сохранения импульса.
4. Центр масс. Движение центра масс.
5. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.
6. Момент силы. Условия равновесия тел.

1. Первый закон Ньютона. Масса. Сила

Динамика – это раздел механики, рассматривающий причины, вызывающие те или иные перемещения. В основе динамики лежат законы Ньютона.

Первый закон Ньютона:

Существуют такие системы отсчета, относительно которых материальная точка или тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока внешние воздействия не выведут его из этого состояния.

Способность тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инерцией. Первый закон Ньютона называется *законом инерции*.

Закон инерции выполняется в инерциальных системах отсчета. С большой достоверностью к инерциальным системам отсчета можно отнести Землю и любое тело покоящиеся или движущиеся равномерно и прямолинейно относительно Земли.

Различные тела под действием одинаковых сил, приобретают различные ускорения т.е. обладают различной инертностью.

Масса характеризует инертные свойства тел. ***Инертность*** – способность тела приобретать ускорение.

$[m] = [кг]$ - основная единица СИ.

Масса - величина аддитивная. Это значит, что если тело состоит из $m_1, m_2, ...m_n$, то $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

Масса - величина постоянная. Если тело движется со скоростью $\vec{\upsilon}$ соизмеримой со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8 \, м / c$, то

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{2.1}$$

где m_0 – масса покоящегося тела, $\beta = v / c$.

Сила ***(*** $\vec{F}$ ***)*** – это физическая величина, характеризующая взаимодействие тел, в результате которого происходит изменение скорости, тела приобретают ускорение или происходит их деформация.

$\left[\vec{F}\right] = [H]$ - Ньютон. $[H] = \left[\frac{кг \cdot м}{c^2}\right]$.

1 Н – это сила сообщающая телу массой 1 кг ускорение $1\,\frac{м}{c^2}$.

Если на тело действует одновременно несколько сил, то ускорение $\bar{a}$ будет пропорционально геометрической сумме всех этих сил

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$ - принцип суперпозиции (наложения) сил.

2. Второй и третий законы Ньютона. Импульс

Второй закон Ньютона устанавливает зависимость между силой, массой и ускорением.

Второй закон Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_p}{m} \tag{2.2}$$

Ускорение, приобретенное телом прямо пропорционально геометрической сумме всех сил, приложенных к телу и обратно пропорционально его массе.

Известно, что $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$. Подставим значение a во второй закон Ньютона:

$\vec{F}_p = m\vec{a}$; $\overrightarrow{F}_p = \frac{md\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt}$; $\Delta\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ - *импульс тела* – физическая величина, равная произведению массы на скорость тела. $[\vec{p}] = [\frac{кг \cdot м}{с}]$.

Направление импульса совпадает с направлением скорости

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{- } \textit{второй закон Ньютон через импульс.} \qquad (2.3)$$

Третий закон Ньютона:

Силы, с которыми взаимодействуют тела всегда равны по величине и противоположны по направлению $\overrightarrow{F}_1 = -\overrightarrow{F}_2$.

Эти силы никогда не компенсируют друг друга, потому что приложены к разным телам (стоит человек, ходьба). Еще раз подчеркиваем, что между телами всегда происходят взаимодействия.

Выражая силу через второй закон Ньютона третий закон можно записать в виде:

$$m_1\overrightarrow{a}_1 = -m_2\overrightarrow{a}_2.$$

3. Закон сохранения импульса

Прежде чем выводить закон сохранения импульса ознакомимся с некоторыми понятиями:

Механическая система – совокупность материальных точек и тел, рассматриваемых как единое целое.

Внутренние силы – силы взаимодействия между материальными точками системы.

Внешние силы – силы, с которыми внешние тела действуют на материальные точки системы.

Замкнутая система – система, которая не взаимодействует с внешними силами (внутренние силы во много раз превосходят внешние силы).

Пусть дана замкнутая механическая система состоящая из n материальных точек массами $m_1, m_2, m_3, ...m_n$ обладающих скоростями $\vec{\upsilon}_1, \vec{\upsilon}_2, ...\vec{\upsilon}_n$.

F' - равнодействующая внешних сил. F - равнодействующая внутренних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждой точки системы, через импульс

$$\frac{d\left(m_1\overrightarrow{\upsilon_1}\right)}{dt}=\overrightarrow{F'}_1+\overrightarrow{F}_1$$

$$\frac{d\left(m_2\overrightarrow{\upsilon_2}\right)}{dt}=\overrightarrow{F'}_2+\overrightarrow{F}_2$$

$\dfrac{d\left(m_n\overrightarrow{\upsilon_n}\right)}{dt}=\overrightarrow{F'}_n+\overrightarrow{F}_n$. Сложив почленно все уравнения получим:

$$\frac{d\left(m\vec{\upsilon}\right)}{dt}=\overrightarrow{F'}_1+\overrightarrow{F}_1+\overrightarrow{F'}_2+\overrightarrow{F}_2+...+\overrightarrow{F'}_n+\overrightarrow{F}_n \ ;$$

Система замкнутая, следовательно, суммарное действие внешних сил равно нулю: $\vec{F}_1'+\vec{F}_2'+......\vec{F}_n'=0$. Материальные точки внутри системы по третьему закону Ньютона взаимодействуют между собой с силами равными по величине и противоположными по направлению, т.е. геометрическая сумма всех внутренних сил: $\vec{F}_1+\vec{F}_2+...+\vec{F}_n=0$. Второй закон Ньютона для замкнутой системы примет вид:

$$\frac{d\left(m\vec{\upsilon}\right)}{dt}=0\,;\ \frac{d\,\overrightarrow{p}}{dt}=0\,;\ \vec{p}=const\,;m\vec{\upsilon}=const \qquad (2.4)$$

Так как производная от постоянного числа есть величина равная нулю.

Закон сохранения импульса: ***в изолированной замкнутой системе сумма импульсов тел есть величина постоянная.***

Это фундаментальный закон Ньютоновской механики.

4. Центр масс. Движение центра масс

Пусть дана замкнутая система, состоящая из n материальных точек массами $m_1,\,m_2,\,...m_n$. Общая масса этой системы равна $m=\sum_{i=1}^{n}m_i$.

Центром масс системы называется воображаемая точка, положение которой характеризует распределение масс этой системы.

У тел правильной геометрической формы центр масс совпадает с геометрическим центром.

Положение центра масс любого тела определяется радиус вектором

$$\vec{r} = \frac{m_1\overrightarrow{r_1} + m_2\overrightarrow{r_2} + \ldots + m_n\overrightarrow{r_n}}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}. \qquad (2.5)$$

Центр масс является важнейшей характеристикой для характеристики движения тела. Особую роль он играет в так называемых твердых телах, в которых расстояние между точками тела не меняется во времени движения тела.

Для определения скорости движения центра масс возьмем производную от радиуса вектора центра масс по времени:

$$\upsilon_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{m_1\dfrac{d\overrightarrow{r_1}}{dt} + m_2\dfrac{d\overrightarrow{r_2}}{dt} + \ldots + m_n\dfrac{d\overrightarrow{r_n}}{dt}}{m} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots + m_n\vec{\upsilon}_n}{m}.$$

Так как произведение массы точки на ее скорость есть импульс данной точки, то скорость центра масс будет равна сумме импульсов всех материальных точек, отнесенной к общей массе:

$$\vec{\upsilon} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n}{m} = \frac{\vec{p}}{m},$$ где $\vec{p}$ - общий импульс.

Таким образом, общий импульс тела будет равен

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}. \qquad (2.6)$$

Взяв производную по времени в выражении (2.6), получим

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \qquad m\frac{d\vec{\upsilon}_c}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}_c$$ *- закон движения центра масс.* (2.7)

Центр масс системы материальных точек движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса тела или системы тел, на которые действуют внешние силы, равнодействующие которых приложены к центру масс.

5. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности

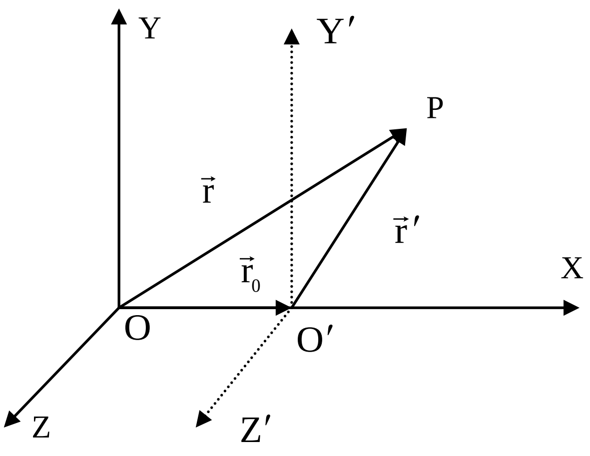


Рис. 10

Рассмотрим две системы отсчета, движущиеся относительно друг друга с некоторой постоянной скоростью $\vec{u}$. Для простоты дальнейших рассуждений будем одну из систем (например, O, X, Y, Z) считать неподвижной, а система

(O, X, Y', Z') движется относительно нее со скоростью $u_x = u = \text{const}$. Пусть в начальный момент времени эти системы совпадают. Тогда для момента времени t, для некоторой точки P, мы можем утверждать, что $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0$ и $\vec{r}_0 = \vec{u} \cdot t$ или в скалярной форме $x = x' + u \cdot t$, $y = y'$, $z = z'$ (рис. 10).

Добавим к этим уравнениям принятое в классической механике утверждение о том, что время течет одинаково во всех инерциальных системах отсчета, т.е. $t = t'$. Полученная система уравнений называется преобразованиями Галилея:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u} \cdot t$$
$$t = t'$$

или в скалярной форме

$$\begin{aligned} x &= x' + u \cdot t \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned} \quad . \tag{2.8}$$

Дифференцируя эти уравнения, получим в векторной форме

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

или в проекциях на оси

$$\begin{aligned} v_x &= v'_x + u \\ v_y &= v'_y \\ v_z &= v'_z \end{aligned} \quad . \tag{2.9}$$

Обе системы уравнений выражают собой важнейший для кинематики принцип независимости движений и закон сложения скоростей в классической механике.

Масса тела в классической механике (механике Ньютона) не зависит от скорости, т.е. одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Так как ускорение есть первая производная от скорости тела по времени, то, дифференцируя последнее равенство, можно получить, что $\vec{a} = \vec{a}'$, т.е. ускорение точки в обеих системах координат будет одинаковым.

Сила тоже не зависит от выбора системы отсчета, поскольку она определяется только взаимным расположением тел и скоростью тела относительно окружающих тел, а эти величины в различных системах отсчета одинаковы.

Таким образом, все три величины $\vec{a}, m$ и $\vec{F}$, входящие в уравнение второго закона Ньютона, не изменяются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, а следовательно, не меняется и само уравнение второго закона Ньютона. Другими словами, уравнение второго закона Ньютона инвариантно относительно преобразований Галилея.

И теперь мы можем сформулировать **механический принцип относительности:**

1) *никакими механическими опытами нельзя обнаружить движение одной инерциальной системы относительно другой.*
2) *Все механические процессы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета.*

6. Момент силы. Условия равновесия тел

Рассмотрим тело вращающееся относительно точки O (рис. 11). Пусть сила $\vec{F}$ приложена к телу в точке A, находящейся на расстоянии $\vec{r}$ от оси вращения, α – угол между $\vec{F}$ *и* $\vec{r}$. Под действием этой силы тело начнет вращается по часовой стрелке.

Вращательное действие силы характеризуется *моментом силы* – $\vec{M}$.

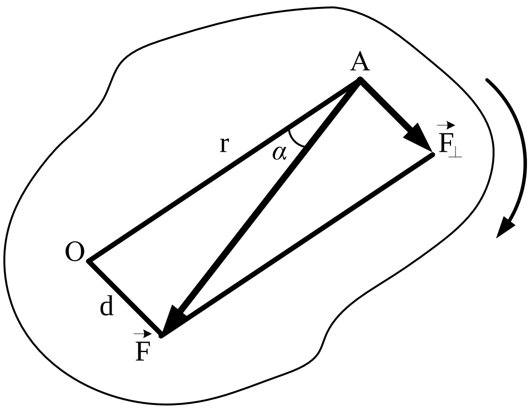


Рис. 11.

Запишем второй закон Ньютона через импульс:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{2.10}$$

Умножим обе части равенства на r, получим:

$$\left[\vec{F}\cdot\vec{r}\right]=\frac{d\vec{p}}{dt}\cdot\vec{r}$$

Правую часть равенства обозначим М – момент силы в векторном виде.

$$\vec{M}=\left[\vec{F}\cdot\vec{r}\right] \tag{2.11}$$

Это момент силы $\vec{F}$ относительно точки О.

Численное значение или модуль М определяетсявыражением:

$$M=\vec{F}\cdot\vec{r}\cdot\sin\alpha$$

Из рис. 11 видно, что $\vec{r}\cdot\sin\alpha=d$, тогда

$$M=\vec{F}d \tag{2.12}$$

Момент силы равен произведению силы на плечо, d – плечо – кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы. [$\vec{M}$]=[Н·м].

Момент силы всегда перпендикулярен плоскости, в которой лежат вектора $\vec{F}$ *и* $\vec{r}$. Направление момента силы определяется правилом правого винта.

Движение любого твердого тела описывается двумя уравнениями:

$$m\vec{a}=\sum\vec{F}$$

$$I\cdot\vec{E}=\sum\vec{M}$$

Следовательно, характер движения определяется действующими на тело внешними силами и моментами этих сил.

Выясним теперь условие равновесия тела ($a=0$). Тело может оставаться в состоянии равновесия в том случае, если нет причин, приводящих к его изменению (первый закон Ньютона). Для этого необходимо и достаточно выполнения двух условий:

- *сумма всех внешних сил, приложенных к телу, должна быть равна нулю, т.е.*

$$\sum\vec{\mathrm{F}}=0;$$

- *суммарный момент внешних сил относительно любой точки должен быть равен нулю:*

$$\sum\vec{M}=0$$

Тема № 3

«Силы в природе»

План:

1. Гравитационные поля. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести.
2. Вес тела. Невесомость.
3. Трение. Сила трения. Коэффициент трения.
4. Деформация. Силы упругости.
5. Силы инерции.

1. Гравитационные поля. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести

Польский ученый Коперник установил законы движения планет, на основе которых

Ньютон вывел **закон всемирного тяготения**:

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{3.1}$$

где *F* – гравитационная сила (сила всемирного тяготения), m_1, m_2 – массы, *r* – расстояние, *G* – гравитационная постоянная.

Сила взаимодействия между телами пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Выразим *G* из уравнения (3.1):

$$G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 m_2} \tag{3.2}$$

Если $m_1 = 1кг$, $m_2 = 1кг$, $r = 1м$, то численно $G = F$,

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Н \cdot м^2 / кг^2$$

Взаимодействие между телами происходит с помощью гравитационного поля или поля тяготения.

На любое тело, расположенное вблизи планеты действует сила тяготения $\vec{F}$.

В системе отсчета, связанной с Землей на всякое тело массой m действует *сила тяжести:* $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$, где $g = 9{,}81\, м/с^2$ – ускорение свободного падения.

Сила тяжести - это сила, с которой тело притягивается к Земле.

Если пренебречь суточным вращением Земли вокруг своей оси, то сила тяжести и гравитационная сила равны между собой.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = G\frac{m \cdot M_З}{R_З^2} \tag{3.3}$$

Где $M_З$ – масса Земли, $R_З$ – радиус Земли.

Если тело поднято на высоту h, соизмеримую с радиусом Земли, то сила тяжести определится выражением:

$$\vec{F} = G\frac{m \cdot M_З}{(R_З + h)^2}. \tag{3.4}$$

Силы гравитации - центральные, направленные вдоль линии соединяющие центры масс тел (рис. 12).

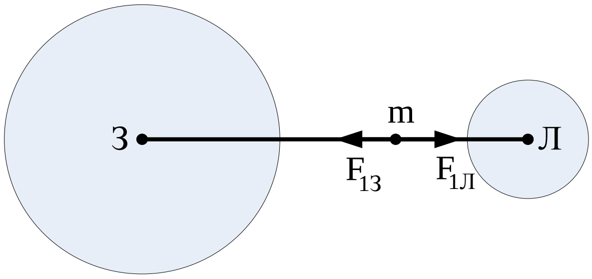


Рис.12.

Силы тяготения не зависят от среды, в которой происходит взаимодействие. Тяготение существует и в вакууме.

2. Вес тела. Невесомость

Вес тела – сила, с которой тело давит на опору или растягивает нить подвеса.

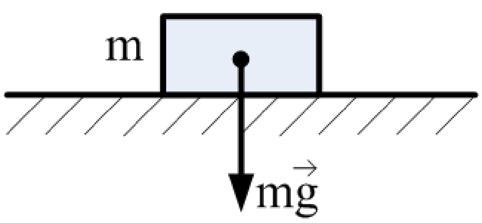
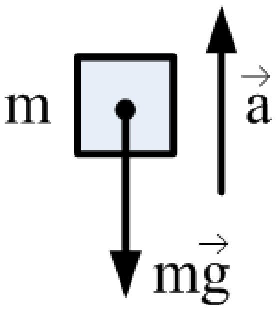


Рис. 13.

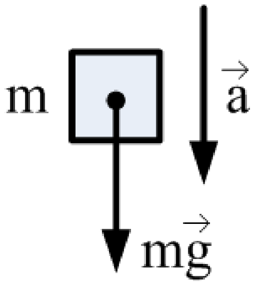
Если тело покоится или движется равномерно прямолинейно по горизонтальной поверхности, то вес тела равен:

$\vec{P} = m\vec{g}$ (рис. 13).



Если тело массой m поднимается вверх с ускорением $\vec{a}$, то $\vec{P} = m\vec{g} + m\vec{a} = m(\vec{g} + \vec{a})$. Данное состояние тела называется *состоянием перегрузки*
(рис. 14).

Рис. 14.



Если тело массой m опускается вниз с ускорением $\vec{a}$, то $\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a})$. Данное состояние называется состоянием *частичной невесомости* (рис. 15).

Рис. 15.

В случае если тело падает с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, то $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{g}) = 0$.

Данное состояние называется состоянием *полной невесомости* - состояние, когда тело не давит на опору и не испытывает внутренних напряжений.

3. Трение. Сила трения. Коэффициент трения

На поверхностях тел имеются шероховатости, которые цепляются друг за друга, в результате возникает трение. При соприкосновении идеально отполированных тел трение обусловлено силами молекулярного сцепления. Трение, возникающее при соприкосновении поверхности тел, называется внешним. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, то говорят о *трении покоя*, если происходит их перемещение, то в зависимости от характера относительного движения говорят о *трении качения*, скольжения или верчения. Тело тронется с места, если $\vec{F} > \vec{F}_{тр}$. Французами Ш. Кулоном и Г. Амонтоном установлено, что

$$\overline{F}_{тр} = \mu\vec{N} \tag{3.5}$$

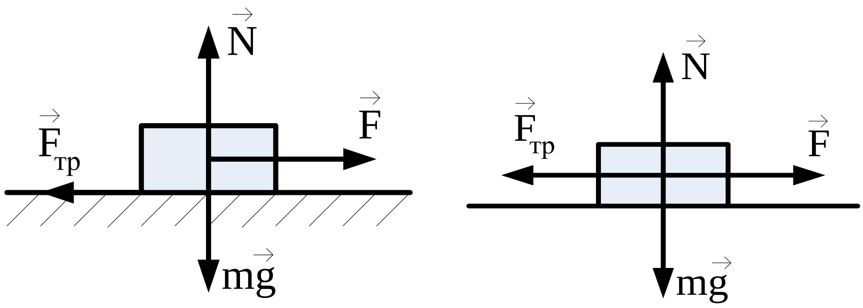


Рис. 16

Сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления (N), где N – сила нормального давления, перпендикулярная к соприкасающимся поверхности, μ – *коэффициент трения*.

В данном случае $\overline{N} = m\overline{g},\ \overline{F}_{тр} = \mu m\overline{g}$ (рис. 16).

$$\mu = \frac{\vec{F}_{тр}}{\vec{N}} = \frac{H}{H}$$ - безразмерная величина.

Величина коэффициента трения μ зависит от рода трущихся поверхностей, качества их обработки и угла наклона, если движение происходит по наклонной плоскости.

Пусть брусок массой m скатывается равномерно по наклонной плоскости с углом наклона α (рис. 17).

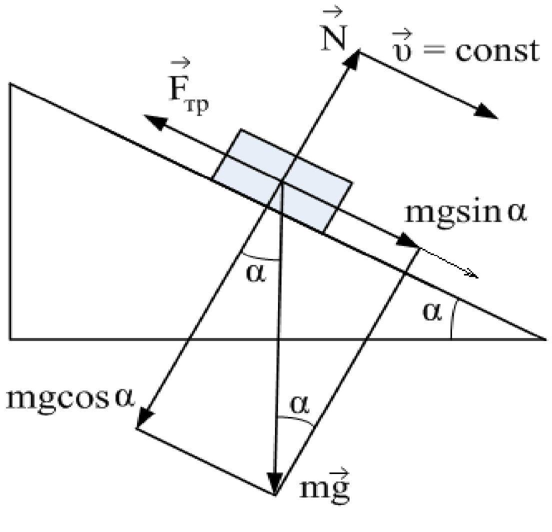


Рис. 17.

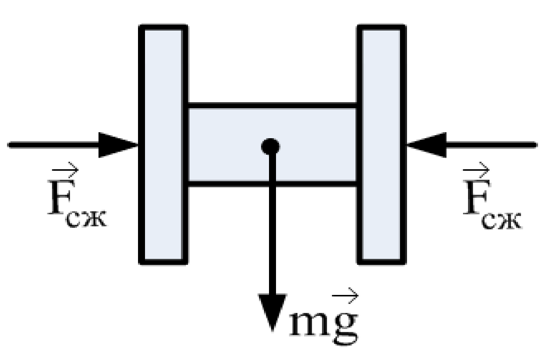


Рис. 18.

К телу приложены силы: mg – сила тяжести, N – сила реакции опоры, $mgsin\alpha$ – скатывающая сила, $\vec{F}_{тр}$ – сила трения: $\vec{F}_{тр} = \mu \cdot \vec{N}$, $\vec{N} = m\vec{g}\cos\alpha$, $\vec{F}_{тр} = \mu \cdot m\vec{g}\cos\alpha$. В случае равномерного движения

$$\vec{F}_{тр} = m\vec{g}\sin\alpha$$

или

$\mu \cdot m\vec{g}\cos\alpha = m\vec{g}\sin\alpha,$ *отсюда* $\mu = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha},$

$$\mu = tg\alpha, \qquad (3.6)$$

то есть коэффициент трения зависит от угла наклона, если движение происходит по наклонной плоскости.

Если брусок зажат под действием двух сил $F_{сж}$ (рис. 18), то сила трения:

$$\vec{F}_{тр} = \mu \cdot \vec{N}, \qquad N = 2F_{сж}, \qquad \vec{F}_{тр} = 2\mu F_{сж}$$

Очень часто трение выполняет вредную роль. В данном случае целесообразно применение смазывающих материалов или замена трения скольжения трением качением (подшипники). Сила трения в этом случае определяется по **закону Кулона**:

$$F_{тр} = \mu_к \frac{N}{R},$$

где $\mu_к$ – коэффициент трения качения, R – радиус катящегося тела, N – сила реакции опоры.

4. *Деформация. Силы упругости*

Деформация – изменение размеров или формы тела под действием внешних сил. При попытке изменить форму или размеры тела в ней возникают силы упругости, препятствующие деформации. Деформация называется упругой, если после снятия внешней нагрузки тело приобретает свою первоначальную форму и размеры. В противном случае деформация называется пластической. Рассмотрим стержень, имеющий длину l_0 и площадью поперечного сечения S и находящийся в подвешенном состоянии. Под действием силы $\vec{F}$ стержень растянется, и его конечная длина станет равна l (рис.19).

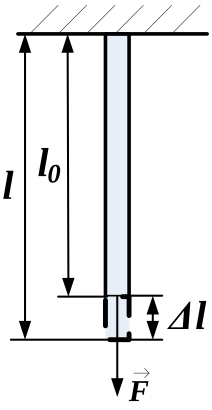


Рис. 19.

Введем понятия:

$\Delta l = l - l_0$, - *абсолютное удлинение,*

$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$ – *относительное удлинение,*

$\sigma = \dfrac{\vec{F}}{S}$ – *механическое напряжение,* $[\sigma] = [\dfrac{H}{м^2}]$,

$\vec{F}$ − приложенная сила,

$\varepsilon' = \dfrac{\Delta d}{d}$ – *поперечное относительное растяжение или сжатие.*

Если ε положительно, то ε' отрицательно и наоборот. Между ε и ε' существует зависимость:

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon \qquad (3.6.1)$$

где μ – *коэффициент Пуассона.*

Гук установил 2 закона для абсолютного и относительного удлинения.

1. ***В пределах упругости сила упругости прямо пропорциональна деформации или смещению***

$$\vec{F}_{упр} = -k\Delta x\,, \qquad (3.7)$$

где $F_{упр}$ – силы упругости, Δx – смещение, k – коэффициент жесткости.

Знак «-» указывает на то, что сила упругости ($F_{упр}$) всегда направлена противоположно смещению (Δx).

2. ***Для относительного удлинения закон Гука звучит так: относительное удлинение прямо пропорционально механическому напряжению в пределах упругости***

$$\frac{\Delta l}{l} = \sigma\frac{1}{E}\,, \qquad (3.8)$$

где E – коэффициент пропорциональности, называемый *модулем Юнга*, значение которого характеризует упругие свойства тела. Выразим модуль Юнга из закона Гука:

$$E = \frac{\sigma}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (3.9)$$

модуль Юнга - численно равен механическому напряжению, при котором стержень удлиняется вдвое.

Сила упругости - внутренняя сила, стремящаяся вернуть деформируемое тело в исходное состояние.

5. Силы инерции

Закон Ньютона выполняется только в инерциальных системах отсчета. Системы отсчета, движущиеся относительно инерциальных систем с ускорением, называются ***неинерциальными***. Законы динамики в них не выполняются, но их можно применять, введя *силы инерции*. Если учитывать силы инерции, то второй закон Ньютона будет справедлив для любой системы отсчета:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ин} \quad m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{ин}$$

Произведение массы на ускорение в рассматриваемой системе отсчета равно сумме всех сил, действующих на тело, включая и силы инерции.

Рассмотрим конкретные примеры.

1. Силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета.

Шарик массой m подвешен на нити. Если тележка начнет двигаться с ускорением $\vec{a}_0$, то нить отклонится на угол α и сила $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_н$ сообщит шарику ускорение $\vec{a}_0$ (рис. 20, 21).

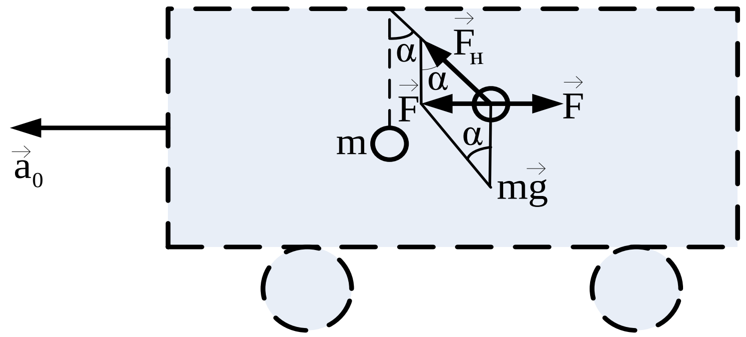


Рис. 20.

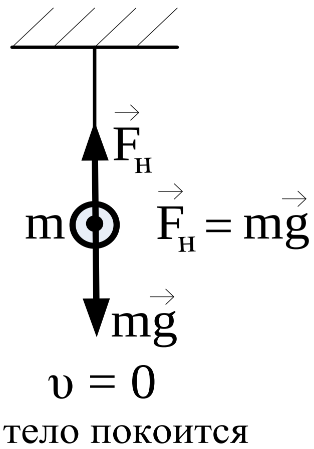


Рис. 21.

Сила F определяется: $F = mgtg\alpha = ma_0$, отсюда $tg\alpha = \dfrac{a_0}{g}$.

Шарик покоится относительно системы, движущейся с ускорением a_0 и сила F уравновешена силой инерции, которая направлена противоположно ей:

$$F_{ин} = -ma_0$$

2. Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета.

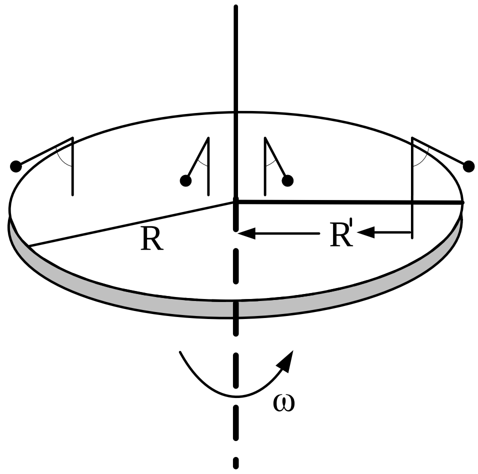


Рис. 22.

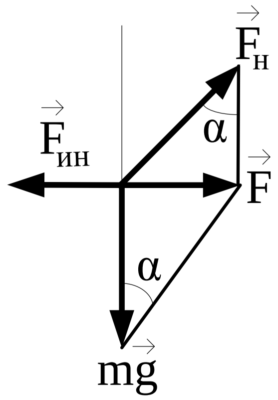


Рис. 23.

Пусть диск вращается с угловой скоростью ω против часовой стрелки (рис. 23).

$\vec{F} = \vec{F}_н + m\vec{g}$, где $\vec{F}_н$ − сила натяжения, $\vec{F} = m\vec{a}_ц$, $\vec{a}_ц = \omega^2 R'$, где $\vec{a}_ц$ – центростремительное ускорение, $\vec{\omega}$ - угловая скорость.

$$\vec{F} = m\omega^2 R = m\vec{g} \cdot tg\alpha \qquad (3.10)$$

Выразим $tg\alpha$ из формулы (3.10).

$$tg\alpha = \frac{\omega^2 \cdot R}{g} \qquad (3.11)$$

Из (3.11) видно, что угол отклонения α тем больше, чем больше угловая скорость $\vec{\omega}$ и расстояние R' до оси вращения. Шарик будет покоиться, если $\vec{F}_{ин} = -m\omega^2 R$ – ***центробежная сила инерции***, действие которой проявляется при поворотах, выполнении пилотажа.

3. *Силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета.*

Пусть шарик массой m движется вдоль радиуса. Если $v=const$, $\omega=0$, то шарик окажется в точке A. Если $v = const \quad \omega \neq const$, то шарик окажется в точке B.

F – сила, действующая на шарик со стороны желоба.

Если $v = const$, то это возможно, если F уравнять $F_к$ – *кориолисовой силой инерции*, которая определяется по формуле:

$$\vec{F}_k = 2m \cdot \vec{\upsilon} \cdot \vec{\omega}$$

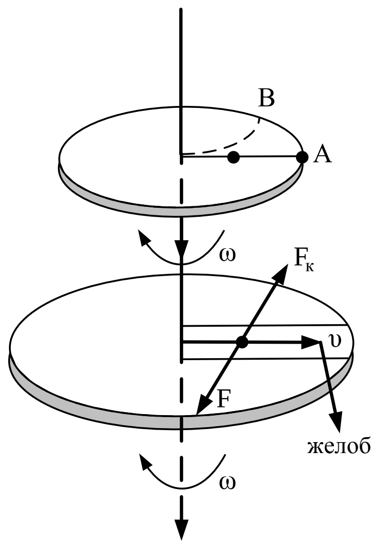


Рис. 24.

Тема № 4
«Работа. Мощность. Энергия»
План:

1. Работа. Мощность.
2. Кинетическая энергия.
3. Потенциальная энергия.
4. Закон сохранения и превращения энергии.

1. Работа. Мощность

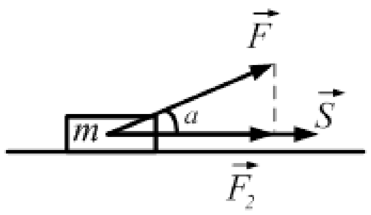


Рис. 25.

Если тело под действием силы перемещается, то совершается работа.

Работа – это скалярное произведение вектора силы, на вектор перемещения.

Работа $A = \vec{F} \cdot \vec{S}$

Рассмотрим тело перемещающиеся под действием силы $\vec{F}$, направленной под углом α к перемещению $\vec{S}$ (рис. 25).

$$A = \vec{F_2} \cdot \vec{S} = \vec{F} \cdot \vec{S} \cdot \cos\alpha \qquad (4.1)$$

Формулой (4.1) для расчета работы можно пользоваться в том случае, если сила F постоянна. Если же сила изменяется на разных участках пути, то работа на всем участке S определяется суммированием (интегрированием) элементарных работ на малых участках dS, в пределах которых силу можно считать постоянной (рис. 26).

В этом случае работа, совершаемая на элементарном участке dS определится по формуле: $A_i = \vec{F}_{Si} \cdot d\vec{S}$. Для того, чтобы найти работу на участке 1-2 необходимо произвести интегрирование от в пределах от точки 1 до точки 2.

$$A = \int_1^2 \vec{F}_S \cdot d\vec{S} \qquad (4.2)$$

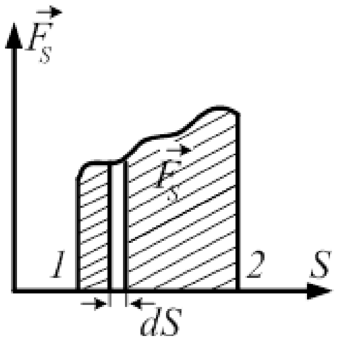


Рис. 26.

Для того чтобы рассчитать этот интеграл необходимо знать зависимость $F(S)$, если изменение силы представлено графически, то выполненная работа будет равна площади заштрихованной фигуры.

Работа измеряется:

$[A] = [Дж] = [Н \cdot м] = [кг \cdot м / с^2 \cdot м] = [кг \cdot м^2 / с^2]$.

Работа может быть положительной и отрицательной, если

$0^0 \le \alpha < 90^0$, $A > 0$

$90^0 < \alpha < 180^0$, $A < 0$

$\alpha = 90^0$, $A = 0$

Мощность – это физическая величина, характеризующая быстроту выполнения работы, т.е.

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad (4.3).$$

Рассмотрим случай равномерного движения, т.е. $\vec{\upsilon} = const$ и $\vec{F} = const$.

Работа $\Delta A = \vec{F} \cdot S$, тогда $N = \frac{\vec{F}S}{\Delta t}$,

$$N = \overrightarrow{F\upsilon}.$$

В случае переменного движения мощность равна

$$N = \vec{F}\upsilon_{ср}, \qquad (4.4)$$

Мощность измеряется: $[N] = [Вт] = [\frac{Дж}{с}] = [\frac{Нм}{с}] = [кг \cdot \frac{м^2}{с^2}]$.

2. Кинетическая энергия

Энергия – это физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу.

В механике различают кинетическую (W_k) и потенциальную (W_n) энергии.

Кинетическая энергия – это энергия, которой обладают движущиеся тела.

Пусть тело перемещается равнопеременно под действием постоянной силы F. Работа тела может быть определена по формуле (4.2):

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot dS .$$

Известно, что скорость $\vec{\upsilon} = \frac{dS}{dt}$, отсюда

$$dS = \vec{\upsilon} \cdot dt . \qquad (4.5)$$

Сила в соответствии со вторым законом Ньютона

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}, \qquad (4.6)$$

Подставим правые части уравнений (4.5) и (4.6) в уравнение (4.2):

$$A = \int_1^2 F \cdot dS = \int_1^2 m \cdot \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \upsilon \cdot dt = m\int_1^2 \upsilon \cdot d\upsilon = \left.\frac{m\upsilon^2}{2}\right|_1^2 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2};$$

Таким образом, работа совершенная телом при его движении под действием постоянной силы $\vec{F}$ определяется по формуле:

$$A = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}.$$

Если одна из скоростей равна 0, то

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2}, \qquad (4.7)$$

где m – масса тела, υ– скорость движения тела.

Работа, совершенная движущимся телом равна изменению кинетической энергии.

Кинетическая энергия движущегося тела численно равна работе, которую совершает тело при полной своей остановке.

3. Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – это энергия которая зависит от взаимного расположения тел или частей одного и того же тела.

Определим потенциальную энергию тела массой m, поднятого на высоту h относительного нулевого уровня.

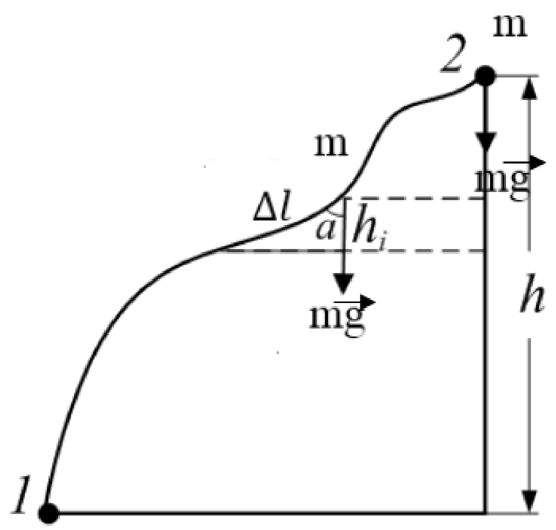


Рис. 27.

Пусть тело массой m перемещается из точки 2 в точку 1. Выберем элементарный участок, работа на котором, определяется по формуле,

$$A = m\vec{g}\Delta l \cdot \cos\alpha \tag{4.8}$$

но из рис. 27 видно, что $\Delta l \cdot \cos\alpha = \Delta h_i$. $A = m\vec{g}\Delta h_i$

Чтобы определить работу на всем участке 1-2, просуммируем $h = \sum_{i=1}^{n} h_i$ и работа на всем участке 1-2 будет равна:

$$A = m\vec{g}h = W_n\,, \tag{4.9}$$

где h – высота поднятия тела над нулевым уровнем.

Потенциальная энергия численно равна работе, которую может совершать тело, падая с высоты h.

Потенциальная энергия может быть, как положительной, так и отрицательной.

Например: если за нулевой уровень принять поверхность Земли, то потенциальная энергия тела поднятого на высоту h относительно Земли, положительна. Если же тело находится в шахте на глубине h,то его потенциальная энергия отрицательна.

Пусть тело массой m перемещается из точки 1 в точку 2 и наоборот, т.е. тело проходит путь по замкнутому контуру.

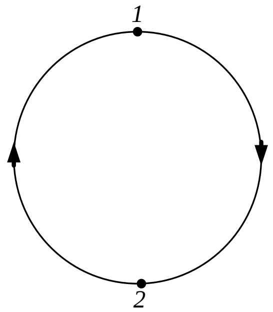


Рис. 28.

$A_{ОБ} = A_{1,2} + A_{2,1}$; $A = \vec{F} \cdot S$;

$A_{1.2} = m\vec{g}h = mgh$;

$A_{2.1} = m\vec{g}h = -mgh$;

$A_{ОБ} = m\vec{g}h - m\vec{g}h = 0$.

Работа по замкнутому контуру равна нулю (рис. 28).

$A = \oint \vec{F} \cdot d\vec{S} = 0$

Поля, в которых работа по замкнутому контуру равна нулю и не зависит от формы траектории (рис. 27), а зависит только от положения начальной и конечной точки называются *потенциальными*, а действующие в них силы – *консервативными.* К ним относятся силы тяжести, кулоновские силы, силы тяготения, потенциальная энергия в этих полях равна работе консервативных сил с противоположенным знаком.

$$W_P = -A_{КОНСЕР.}$$

Если же работа сил зависит от траектории движения, то такие силы называют *диссипативными*.

Рассчитаем потенциальную энергию упруго деформированного тела. По закону Гука сила упругости $F_{упр.} = -k\Delta x$, k – коэффициент упругости, а Δx - деформация или смещение тела. Минус в формуле указывает на то, что силы упругости всегда противоположены смещению Δx.

По третьему закону Ньютона сила $\vec{F}$, совершающая работу должна преодолеть силу упругости и она будет равна $\vec{F} = -\vec{F}_{упр.}$. С учетом этого элементарная работа dA, совершаемая на малом перемещении dx с силой $\vec{F}$ определится по формуле $dA = -\vec{F}dx = k\Delta x dx$.

Для того чтобы определить работу на всем участке или общую работу необходимо произвести суммирование или интегрирование.

$$A = \int_0^x k\Delta x dx = k\int_0^x \Delta x dx = \frac{k\Delta x^2}{2} \Rightarrow A = \frac{k\Delta x^2}{2} = W_P. \qquad (4.10)$$

W_p – потенциальная энергия упруго-деформированного тела.

4. Закон сохранения и превращения энергии

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из n материальных точек $m_1, m_2, ...m_n$ движущихся со скоростями $\bar{\upsilon}_1, \bar{\upsilon}_2, ...\bar{\upsilon}_n$.

$\overrightarrow{F'}_1, \overrightarrow{F'}_2, ...\overrightarrow{F'_n}$ - равнодействующие внутренних консервативных сил, действующих на каждую точку.

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, ...\vec{F}_n$ - равнодействующие внешних сил, действующих на каждую точку.

Запишем второй закон Ньютона через импульс для каждой точки:

$$m_1 \frac{d\vec{\upsilon}_1}{dt} = \overrightarrow{F'}_1 + \vec{F}_1;$$

$$m_2 \frac{d\vec{\upsilon}_2}{dt} = \overrightarrow{F'}_2 + \overrightarrow{F_2} \qquad (4.11)$$

…………..

$$m_n \frac{d\vec{\upsilon}_n}{dt} = \overrightarrow{F'}_n + \overrightarrow{F_n}$$

Предположим, что за малый промежуток времени dt каждая точка совершила малые перемещения $dx_1, dx_2, ...dx_n$. Так как система замкнутая, то сумма внешних сил $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$ равна нулю и уравнение (4.11) перепишется в (4.12), поскольку $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{\upsilon}$; $dt = \frac{dx}{\upsilon}$:

$$m_1 \vec{\upsilon}_1 \cdot d\vec{\upsilon}_1 = \overrightarrow{F'}_1 dx_1$$

$$m_2 \vec{\upsilon}_2 \cdot d\vec{\upsilon}_2 = \overrightarrow{F'}_2 dx_2$$

$$.............................. \qquad (4.12).$$

$$m_n \vec{\upsilon}_n \cdot d\vec{\upsilon}_n = \overrightarrow{F'}_n dx_n$$

Сложим почленно уравнение (4.12) и получим:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i d\upsilon_i = \sum_{i=1}^{n} F'_i dx_i \qquad (4.13).$$

Рассмотрим левую и правую части равенств отдельно:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i d\upsilon_i = \sum_{i=1}^{n} d\left(\frac{m_i \upsilon_i^2}{2}\right) = dW_k;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F'_i dx_i = A = -dW_P;$$

$$\sum_{i=1}^{n} d\left(\frac{m_i \upsilon_i^2}{2}\right) = -dW_P\,;$$

Перепишем равенство (4.13) следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i d\upsilon_i - \sum_{i=1}^{n} F_i' dx_i = 0 \qquad (4.14)$$

Подставив значения dW_k и $-dW_P$, получим **закон сохранения и превращения энергии**:

$$dW_k + dW_P = 0\,,$$

т.е. ***в изолированной замкнутой системе изменения механической энергии не происходит***.

В изолированной замкнутой системе тел или точек, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия системы остается постоянной, т.е.

$$W_k + W_P = const$$

Тема № 5

«Динамика твердого тела»

План:

1. Момент инерции материальной точки и твердого тела.
2. Теорема Штейнера.
3. Основное уравнение динамики вращательного движения.
4. Работа при вращательном движении.
5. Кинетическая энергия вращающегося тела.
6. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.
7. Сопоставление основных величин и уравнений поступательного и вращательного движений.

1. Момент инерции материальной точки и твердого тела

При рассмотрении вращения твердого тела с динамической точки зрения наряду с понятием о массе вводят понятие – ***момент инерции*** I – мера инертности тела во вращательном движении.

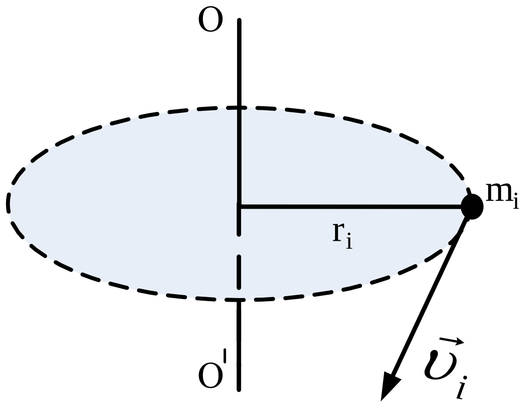


Рис. 29.

Если материальная точка массой m_i вращается вокруг неподвижной оси OO$^/$, находясь на расстоянии r_i от нее (рис. 29), то ее момент инерции определяется по формуле:

$$I_i = m_i{\cdot}r^2{}_i \tag{5.1}$$

Измеряется момент инерции: [I]=[кг·м^2]

Момент инерции материальной точки (m_i) относительно оси вращения OO$^/$ равен произведению массы точки на квадрат расстояния от точки до оси. Это скалярная величина.

Всякое тело можно рассматривать как систему, состоящую из n материальных точек, поэтому ***момент инерции твердого тела*** будет равен:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \tag{5.2}$$

В случае непрерывного распределения масс, эта сумма будет сводиться к интегралу:

$$I = \int r^2 dm \tag{5.3}$$

Интегрирование производится по всему объему.

В качестве примера выведем формулу момента инерции прямого, тонкого, однородного стержня длиной *l* и массой *m*, относительно оси $OO^{/}$перпендикулярной стержню, проходящей через его конец (рис. 30).

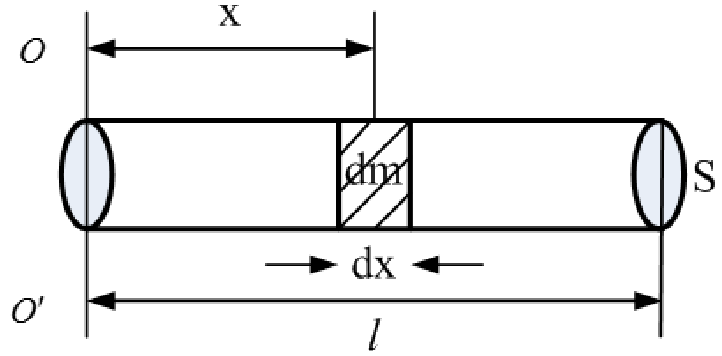


Рис. 30.

Выберем достаточно малый участок стержня длиной *dx* и массой *dm*, удаленной от оси $OO^{/}$ на расстоянии *x*. Ввиду малости этого участка он может быть принят за материальную точку и его момент инерции будет равен: $dI = x^2 m_i$ *, но* $dm = \rho \cdot dV = \rho s dx$, где ρ– плотность материала стержня, $sdx = dV$ – объем элементарного участка, тогда

$$dI = x^2 \rho s dx \tag{5.4}$$

Для нахождения момента инерции всего стержня проинтегрируем выражение (6.4) от l_1 до l_2, но $l_1 = 0$ до оси вращения: $I = x^2 \rho s dx = \rho s x^2 dx = \rho s = \rho s = \rho s l l^2 = m l^2$, так как $S \cdot l = V$ –объем стержня.

$$I = \frac{1}{3} m l^2 \tag{5.5}$$

Для тел правильной геометрической формы, выведены формулы расчета их момента инерции относительно оси проходящей через их центр.

Приведем выражения для моментов инерции разных симметричных, однородных тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс.

1. Стержень (Рис. 31): $I = \frac{1}{12} ml^2$

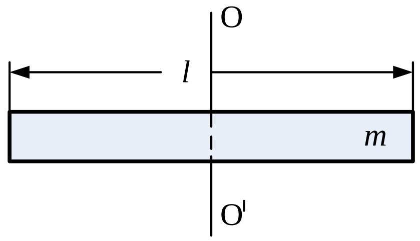


Рис. 31.

2. Диск или цилиндр (Рис. 32): $I = \frac{1}{2} mR^2$

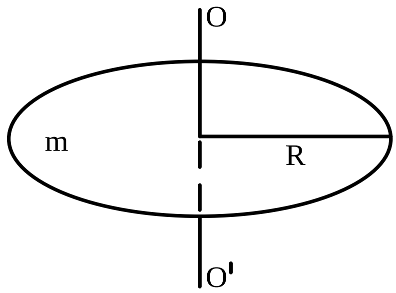


Рис. 32.

3. Обруч или тонкостенный цилиндр (Рис. 33): $I = mR^2$

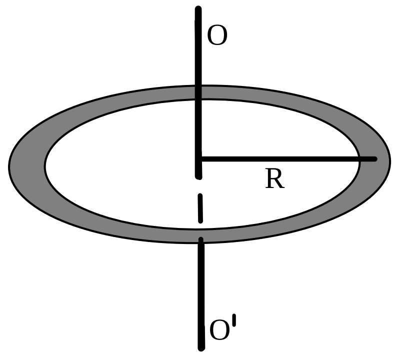


Рис. 33.

4. Шар (Рис. 34): $I = \frac{2}{5} mR^2$

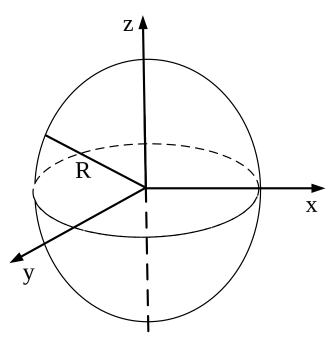


Рис. 34.

2. Теорема Штейнера

Во всех перечисленных примерах ось вращения проходит через центр масс. При определении моментов инерции тел относительно оси, не проходящей через центр масс, применяется ***теорема Штейнера***.

Согласно этой теореме, *момент инерции относительно оси O''O'' равен моменту инерции I_0 относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела O'O', сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между этими осями (Рис. 35).*

$$I = I_0 + md^2. \tag{5.6}$$

В качестве примера определим момент инерции диска относительно оси O'O', проходящей через его конец (рис. 35).

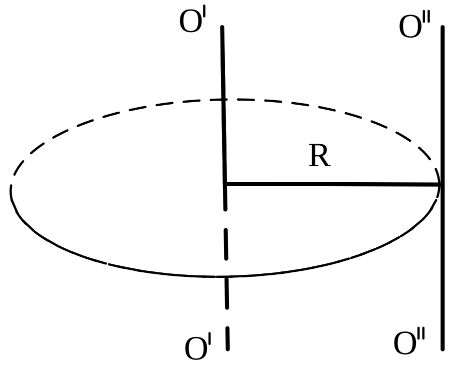


Рис. 35.

По теореме Штейнера (5.6): $I = I_0 + md^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$, т. к. $d = R$ в этом случае.

3. Основное уравнение динамики вращательного движения

Тело вращается под действием силы $\vec{F}$, а материальная точка m_i под действием силы $\vec{F}_\tau$ (рис. 36). Вращающийся момент $\vec{M}_i$ будет равен

$$\vec{M}_i = \vec{F}_i R_i = m_i \vec{a}_i R_i \tag{5.7}$$

т. к. по второму закону Ньютона $F = ma$.

Линейное ускорение равно угловому умноженному на радиус R: $a_i = R_i\varepsilon$. С учетом этого уравнение (5.7) перепишется в виде: $M_i = m_i\varepsilon R_i^2$, но $m_i R_i^2 = I_i$ и момент силы будет равен:

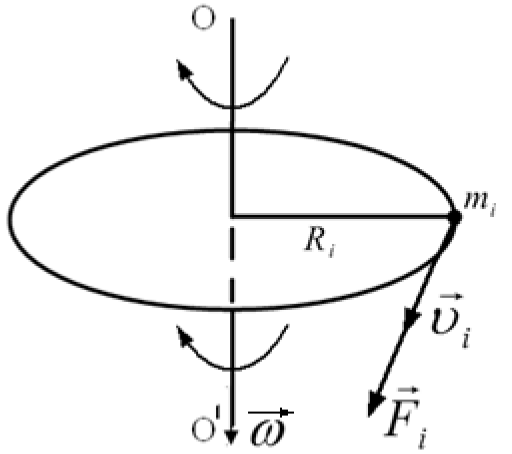
$$\vec{M}_i = I_i \cdot \vec{\varepsilon} \tag{5.8}$$

Момент инерции всего тела найдем как сумму моментов инерции элементарных масс m_i :

$$\overrightarrow{M}=\sum_{i=1}^{n} I_i\cdot\vec{\varepsilon}=I\cdot\vec{\varepsilon} \quad (5.9)$$

Выражая угловое ускорение, получим ***основное уравнение динамики вращательного движения (второй закон Ньютона для вращательного движения):***

$$\vec{\varepsilon}=\frac{\overrightarrow{M}}{I} \quad (5.10)$$



Угловое ускорение вращающегося тела прямо пропорционально суммарному моменту сил, приложенных к нему, и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно неподвижной оси.

Рис. 36.

Сравним $\vec{\varepsilon}=\dfrac{\vec{M}}{I}$ (вращательное) и $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}$ (поступательное), видно, что момент инерции I является аналогом массы и характеризует инертные свойства тела при вращении.

4. Работа при вращательном движении

Если тело вращается под действием силы, то происходит изменение его кинетической энергии, а, следовательно, совершается работа, которая определяется по формуле:

$$dA=\overrightarrow{M}\cdot d\varphi,$$

где $\overrightarrow{M}$ – момент силы, $d\varphi$ – угол поворота тела.

5. Кинетическая энергия вращающегося тела

Пусть твердое тело вращается вокруг оси OO/ (рис. 37). Линейная скорость элементарной массы m_i равна $\vec{\upsilon}_i$. Кинетическая энергия поступательно движущейся материальной токи определяется по формуле: $W_{Ki} = \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}$ (4.7), но $\vec{\upsilon}_i = \vec{\omega} \cdot R_i$ (1.17). Подставив в формулу (4.7) правую часть уравнения (1.17), получим:

$$W_{Ki} = \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2}. \qquad (5.11)$$

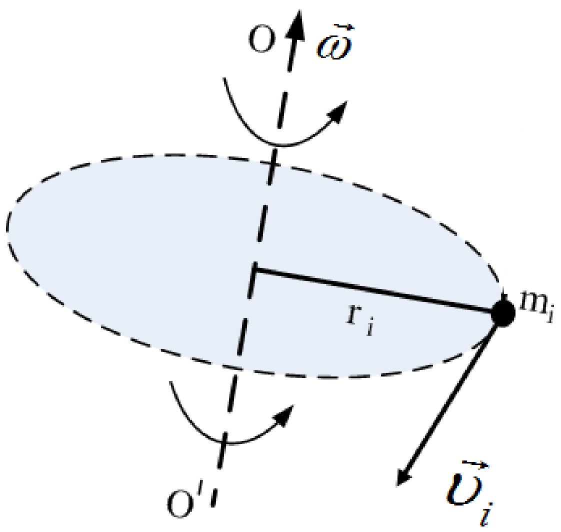


Рис. 37.

Энергию всего вращающегося тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$W_k = \sum_{i=1}^{n} W_{Ki} = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \frac{1}{2} I\omega^2$, так как $m_i r_i^2 = I_i$ – момент инерции.

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2}$$ - кинетическая энергия вращающегося тела. (5.12)

В случае, если тело движется поступательно, одновременно вращаясь, то полная кинетическая энергия будет равна:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$ (катится шар). (5.13)

6. Момент импульса.
Закон сохранения момента импульса.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

Так как угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ (1.15), следовательно,

$$\vec{M} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} \text{ или } \vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}. \qquad (5.14)$$

Величина

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \qquad (5.15)$$

называется *моментом импульса*.

Момент импульса тела *равен произведению момента инерции тела на его угловую скорость*.

Продифференцируем уравнение (5.15) по времени:

$$\frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt}; \frac{dL}{dt} = I \cdot \varepsilon = M,$$

$$\frac{dL}{dt} = M \qquad (5.16)$$

основное уравнение динамики вращательного движения.

Если система замкнута, то момент внешних сил $\vec{M} = 0$, $\frac{dL}{dt} = 0$

$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} = const$ – **закон сохранения момента импульса:**

В изолированной замкнутой системе момент импульса (момент количества движения) сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

7. Сопоставление основных величин и уравнений поступательного и вращательного движений

Для закрепления материала сопоставим основные величины поступательного и вращательного движений.

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ	ВРАЩАТЕЛЬНОЕ
1. Линейная скорость: $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ 2. Линейное ускорение: $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ 3. Сила: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ 4. Масса: m 5. Импульс: $m\vec{\upsilon} = \Delta\vec{p}$ 6. Закон сохранения импульса: $m\vec{\upsilon} = const$	1. Угловая скорость: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ 2. Угловое ускорение: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ 3. Момент силы $\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right]$, $\vec{M} = \vec{F} \cdot d$ 4. Момент инерции: $I = m \cdot R^2$ 5. Момент импульса: $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ 6. Закон сохранения момента импульса: $I \cdot \vec{\omega} = const$
ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА	
7. $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \to \vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	7. $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I} \to \vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \quad \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ	
8. $W_к = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$	8. $W_к = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$

Тема № 6

«Механические колебания»

План:

1. Колебательное движение. Гармонические колебания.
2. Скорость и ускорение гармонического колебания.
3. Энергия гармонического колебательного движения.
4. Свободные колебания. Гармонический осциллятор.
5. Пружинный маятник.
6. Математический маятник.
7. Физический маятник.
8. Сложение гармонических колебаний методом векторных диаграмм.
9. Уравнение свободного гармонического колебания.
10. Вынужденные колебания.
11. Автоколебания.

1. Колебательное движение. Гармонические колебания

Колебательные движения *(колебания)* характеризуются повторяемостью во времени (дыхание, сердцебиение, морские приливы и отливы, колебание струны, маятник в часах и т.д.)

Колебания, повторяющиеся через равные промежутки времени, называются ***периодическими***. Наиболее часто встречаются в практике и в теоретических расчетах *гармонические колебания*. Рассмотрим гармонические колебания на примере вращающегося диска, с закрепленном на конце этого диска непрозрачного шарика (рис. 38).

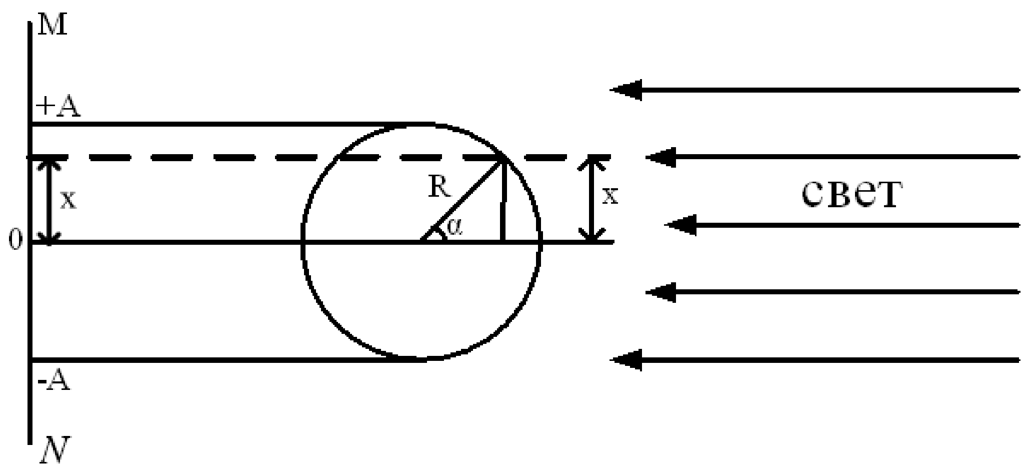


Рис. 38.

При вращении диска тень будет отклоняться от положения равновесия то вверх, то вниз совершая колебательные движения на экране *MN*.

Выразим из заштрихованного треугольниках – смещение (отклонение от положения равновесия в дынный момент времени).

$$x = R\sin\alpha \quad \text{или} \quad x = A\sin\alpha\,; \tag{6.1}$$

так как $R = A$ (рис. 37).

Если диск вращается с угловой скоростью $\vec{\omega} = \dfrac{\alpha}{t} \Rightarrow \alpha = \vec{\omega}t$.

С учетом последней формулы уравнение для *x* (6.1) примет вид:

$$x = A\sin\vec{\omega}t \text{ -} \tag{6.2}$$

уравнение гармонического колебания.

Если в момент времени $t = 0$, радиус *R* не находился в положении равновесия, то уравнение (6.2) примет вид:

$$x = A\sin(\vec{\omega}t + \varphi_0) \text{ -} \tag{6.3}$$

уравнение гармонического колебания с начальной фазой φ_0.

Так как $\vec{\omega} = \dfrac{2\pi}{T}$ или $\vec{\omega} = 2\pi\nu$, то уравнение (6.3) можно записать также в виде:

$$x = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) \quad \text{или} \quad x = A\sin(2\pi\nu t + \varphi_0) \tag{6.4}$$

Величины, характеризующие гармоническое колебательное движение: *x – смещение точки в данный момент времени*; *A – амплитуда колебания* (максимальное смещение точки от положения равновесия); *T – период колебания* (время одного полного колебания); ν *– частота колебания* (число полных колебаний за единицу времени – c^{-1}); $(\omega t + \varphi_0)$ - *фаза колебаний* (величина позволяющая рассчитать смещение точки в любой момент времени); $\vec{\omega} = \dfrac{2\pi}{T}$ или $\vec{\omega} = 2\pi\nu$ - *циклическая или круговая частота колебания* (число полных циклов колебаний за 1 с или число полных колебаний за 2π с);
φ_0 - *начальная фаза колебаний.*

2. Скорость и ускорение гармонического колебания

Известно, что мгновенная скорость -первая производная пути по времени. Для гармонического колебания мгновенная скорость определяется следующим образом:

$$\vec{\upsilon} = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left(A\sin\vec{\omega t}\right)}{dt} = A\vec{\omega}\cos\vec{\omega t}\,; \tag{6.5}$$

$\vec{\upsilon} = A\vec{\omega}\cos\vec{\omega t}$ - мгновенная скорость гармонического колебания.

Мгновенное ускорение – первая производная мгновенной скорости по времени

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt};\ \vec{a} = \frac{d\left(A\vec{\omega}\cos\vec{\omega t}\right)}{dt} = -A\omega^2\sin\vec{\omega t} \tag{6.6}$$

$\vec{a} = -A\overrightarrow{\omega^2}\sin\vec{\omega t}$ - мгновенное ускорение гармонического колебания.

Колебательное движение выполняется под действием силы, которая может быть определена по второму закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$. Подставив значение ускорения (6.6) во второй закон Ньютона, получим:

$$\vec{F} = -mA\omega^2\sin\vec{\omega t}\,,$$

Так как $A\sin\omega t = x$, то сила, действующая на колеблющееся тело равна:

$$\vec{F} = -mx\omega^2 \tag{6.7}$$

Величина данной силы пропорциональна смещению тела, знак «-» указывает на, то что она направлена в сторону противоположную смещению.

3. Энергия гармонического колебательного движения

Известно, что кинетическая энергия поступательно движущегося тела определяется по формуле: $W_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$; скорость гармонически движущейся точки равна: $\upsilon = A\omega\cos\omega t$. Подставив υ в формулу (4.7) получим:

$$W_k = \frac{mA^2\omega^2\cos^2\overline{\omega t}}{2} \tag{6.8}$$

кинетическая энергия гармонически колеблющейся точки.

Потенциальная энергия материальной точки массой *m,* совершающей гармонические колебания, определяется как работа упругой силы. Выведем формулу: $W_n = -\int_0^x F(x) = +\int_0^x m\overrightarrow{\omega^2}x dx = m\overrightarrow{\omega^2}\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^x = m\omega^2\left.\frac{A^2\sin^2\vec{\omega t}}{2}\right|_0^x.$

Так как $\vec{F} = -mx\omega^2$; $x = A\sin\vec{\omega}t$, то

$$W_n = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2 \vec{\omega}t}{2} \tag{6.9}$$

потенциальная энергия гармонически колеблющейся точки.

Для того чтобы найти полную энергию гармонически колеблющейся точки надо сложить правые части уравнений (6.8) и (6.9):

$$W_{полн} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2 \vec{\omega}t + m\omega^2 A^2 \sin^2 \vec{\omega}t}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}\left(\cos^2 \vec{\omega}t + \sin^2 \vec{\omega}t\right) = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \tag{6.10}$$

$W_{полн} = \dfrac{m\omega^2 A^2}{2}$ - *полная энергия гармонически колеблющейся точки.*

4. Свободные колебания. Гармонический осциллятор

Известно, что ускорение при гармоническом колебании определяется следующим образом: $\vec{a} = x''$, а $x'' = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ или $x'' = -A\omega^2 \sin\omega t$. Так как $A\sin\omega t = x$, то с учетом этого уравнения уравнение (6.6) примет вид:

$$x'' = -x\omega^2 \text{ или } x'' + \omega^2 x = 0. \tag{6.11}$$

Система, движение которой описывается уравнением (6.11) называется ***гармоническим осциллятором***, который является важным примером периодического движения и служит приближенной моделью для решения многих задач, как классических, так и квантовых функций.

5.Пружинный маятник

Пружинный маятник – это груз массой m, подвешенный на упругой пружине и совершающий гармонические колебания (рис. 39).

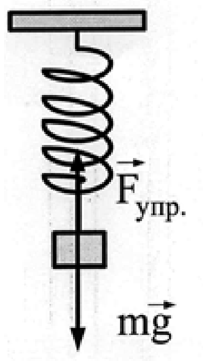


Рис. 39.

Колебания маятника совершаются под действием упругой силы $\vec{F} = -kx$ k - коэффициент упругости, в случае с пружиной он называется *коэффициентом жесткости.*

Уравнение движения маятника имеет вид:

$$m\vec{a} = -kx \tag{6.12}$$

т.к. $\vec{a} = x''$, то $mx'' = -kx$,

$$mx'' + kx = 0$$

Разделим обе части последнего выражения на m, получим:

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0 \tag{6.13}$$

Сравним между собой уравнения (6.11) и (6.13), очевидно, что $\omega^2 = \frac{k}{m}$, следовательно циклическая частота ω будет равна:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{6.14}$$

Так как $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$ - (6.15)

период колебания, то, подставив в формулу (6.15) значение ω, через k и m, получим

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ -} \tag{6.16}$$

период колебания пружинного маятника.

6.Математический маятник

Идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на невесомой упругой нерастяжимой нити и совершающая колебания под действием силы тяжести называется ***математическим маятником***.

Хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длиной нити (рис. 40).

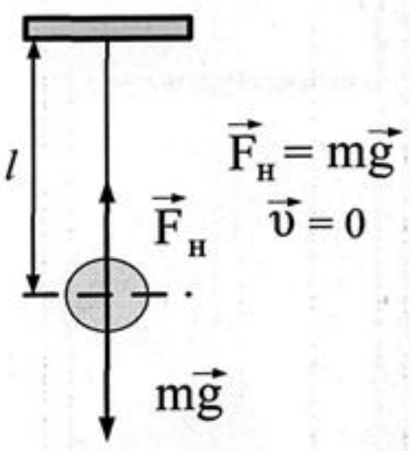


Рис. 40.

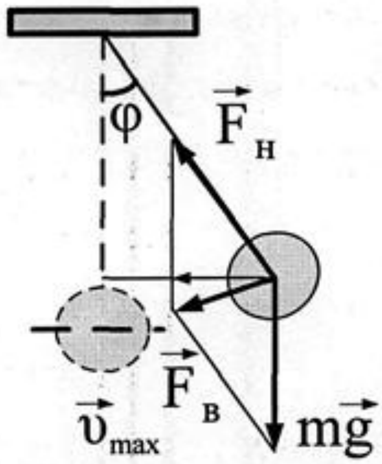


Рис. 41.

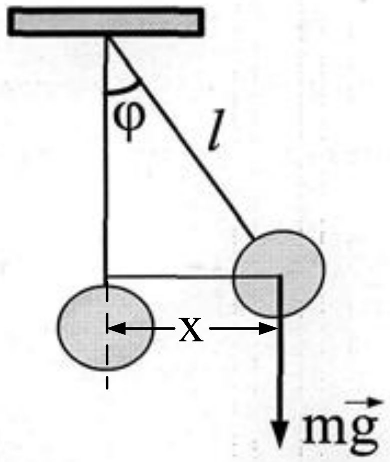


Рис. 42.

Отклоним маятник на угол φ и рассмотрим действующие силы: $\vec{F}_в$- возвращающая сила, под действием которой маятник возвращается в положение равновесия, $m\vec{g}$ - сила тяжести, $\vec{F}_H$ - сила натяжения нити (рис. 41).

Из основного уравнения динамики вращательного движения выразим М:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\overrightarrow{M}}{I}, \quad \overrightarrow{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

I – момент инерции материальной точки, определяется выражением:

$$I = m \cdot l^2 \tag{6.17}$$

ε – угловое ускорение,

$$\varepsilon = \varphi'' \tag{6.18}$$

Подставив правые части уравнений (6.17) и (6.18) в уравнение (5.9), получим:

$$\overrightarrow{M} = ml^2\varphi'' \tag{6.19}$$

Из рис. 42 видно, что момент силы равен:

$$\overrightarrow{M} = -m\vec{g}x = -mgl\sin\varphi$$

$$-m\vec{g}l\varphi = ml^2\varphi'', \tag{6.20}$$

Приравняв правые части уравнений (6.19) и (6.20), получим уравнение:

$$\varphi'' + \frac{q}{l}\varphi = 0 \tag{6.21}$$

$$x'' + \omega^2 x = 0 \tag{6.11}$$

Из сравнения уравнений (6.21) и (6.11) следует, что

$$\omega^2 = \frac{q}{l} \to \omega = \sqrt{\frac{q}{l}} \tag{6.22}$$

Так как период $T = \frac{2\pi}{\omega}$, то подставив ω из уравнения (6.22), получим выражение:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ -} \tag{6.23}$$

период колебания математического маятника,

где ℓ - длина маятника, $\vec{g} = 9{,}8 \, м/с^2$ - ускорение свободного падения.

Зависимость периода маятника от $\vec{g}$ используется в геологоразведке.

7.Физический маятник

Физический маятник– это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси, не совпадающей с центром масс тела (рис. 43).

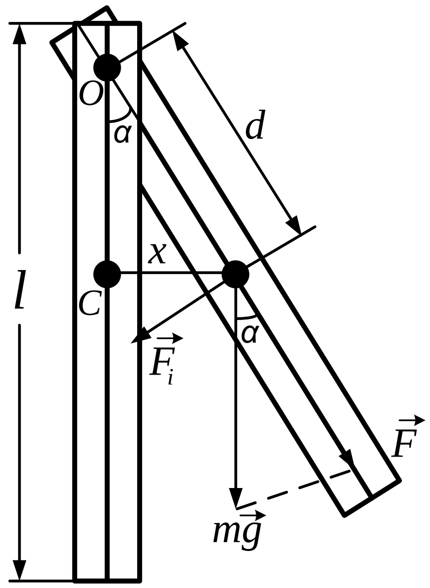


Рис. 43.

O – точка подвеса, *C* – центр масс, *l* – длина маятника (стержня), *x* – смещение центра масс, *d* – расстояние от точки подвеса до центра масс.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения:

$$\overrightarrow{M} = I\vec{\varepsilon} \tag{6.24}$$

где $\varepsilon = \varphi''$ - угловое ускорение.

Из рис. 43 видно, что значение момента силы равно:

$$\overrightarrow{M} = -m\vec{g}x = -m\vec{g}d\sin\varphi,$$

при малых углах значение *sinφ*можно заменить на*φ*:

$$\overrightarrow{M} = -m\vec{g}d\varphi \qquad (6.25)$$

Подставим правые части уравнений (6.24) и (6.25) в уравнение (5.9):

$$-m\vec{g}d\varphi = I\varphi'' \qquad (6.26)$$

Разделим обе части уравнения (6.26) на *I* и приравняем к нулю:

$$\varphi'' + \frac{mgd}{I}\varphi = 0 \qquad (6\ .27)$$

$$x'' + \omega^2 x = 0 \qquad (6.11)$$

Из сравнения уравнений (6.27) и (6.11) очевидно, что циклическая частота равна: $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$.

Подставим значение ω в формулу периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} - \qquad (6.28)$$

период колебания физического маятника,

где I - момент инерции маятника, *m*– масса, *d* – расстояние от оси вращения до центра масс, $\vec{g} = 9.8\,{}^{м}\!/\!{}_{с^2}$ - ускорение свободного падения.

Сравним между собой формулы периода колебания физического и математического маятников:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \text{ - физический маятник,} \qquad (6.28)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ -математический маятник} \qquad (6.23)$$

$L = \dfrac{I}{md}$ - приведенная длина физического маятника.

Приведенной длиной физического маятника называется длина такого математического маятника период колебания, которого равен периоду колебания данного физического маятника.

8. Сложение гармонических колебаний методом векторных диаграмм

Гармонические колебания изображаются графически методом вращающегося вектора амплитуды, или методом векторных диаграмм.

Для этого из произвольной точки О, выбранной на оси х, под углом φ, равным начальной фазе колебания, откладывается вектор А, модуль которого равен амплитуде колебания (рис. 44).

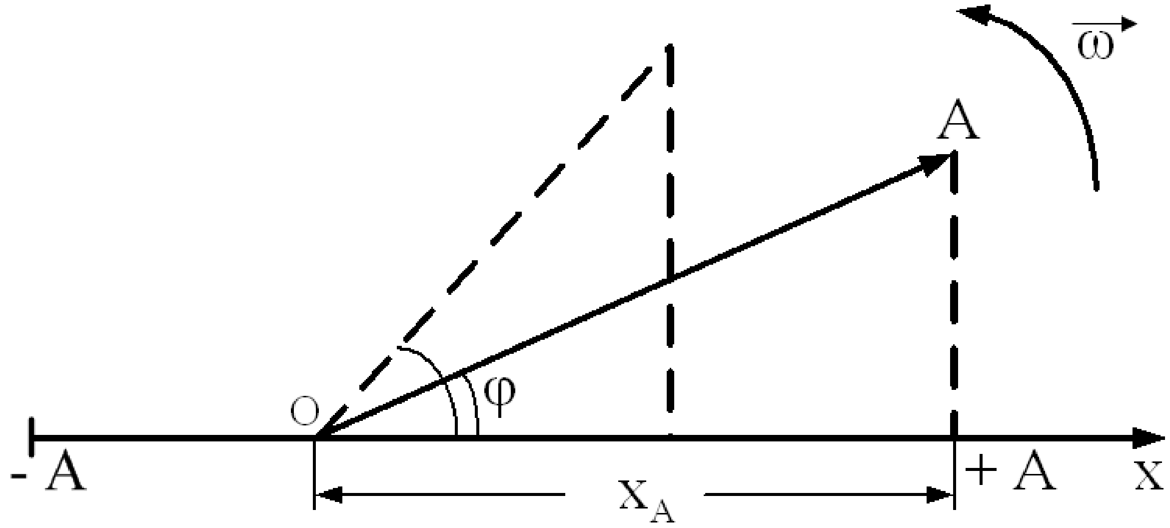


Рис. 44.

Если этот вектор *A* привести во вращательное движение с угловой скоростью $\vec{\omega}$, то проекция этого вектора x_A на ось x будет перемещаться по оси х и принимать значения от $+A$ до $-A$, а колеблющаяся величина будет изменяться по закону синуса или косинуса.

$$x = A\cos(\vec{\omega}\cdot t + \varphi)\,. \tag{6.29}$$

Отсчет угла фазы колебания ведется от оси х в направлении против часовой стрелки.

Одно тело может участвовать в нескольких колебательных движениях, которые необходимо сложить и найти результирующее колебание. Сложим 2 гармонических колебания с одинаковыми частотами $\vec{\omega} = 2\pi\nu$, разными амплитудами A_1A_2 и разными начальными фазами φ_1 и φ_2:

$$\begin{cases} x_1 = A_1\cos(\omega\cdot t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2\cos(\omega\cdot t + \varphi_2) \end{cases} \tag{6.30}$$

Представим колебания в виде векторных диаграмм и сложим их по правилу сложения векторов (рис. 45).

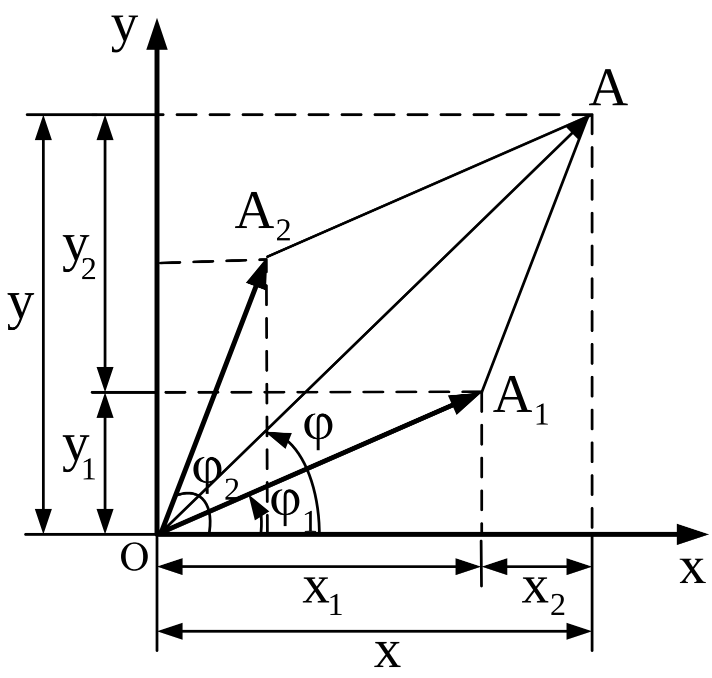


Рис. 45.

Результирующему суммарному колебанию соответствует вектор A:
$x = x_1 + x_2$ – проекция A на ось x.

Само результирующее колебание будет описываться уравнением
$x = A\cos(\omega t+\varphi)$, в котором необходимо найти A и φ.

Модуль вектора A найдем используя теорему косинусов: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$, $tg\varphi = \dfrac{y}{x}$, т. к. $y = y_1 + y_2$ и $x = x_1 + x_2$, то

$$tg\varphi = \frac{y}{x} = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \qquad (6.31)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \qquad (6.32)$$

9.Уравнение свободного геометрического колебания

Свободными или затухающими колебаниями называется колебания, энергия которых ослабевает или уменьшается вследствие потерь, что приводит к уменьшению амплитуды колебания, т.е. к его затуханию. Пусть тело массой m колеблется вдоль оси x, под действием результирующей силы:

$$\sum_{i=1}^{3}\vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\ , \qquad (6.33)$$

где

$$\vec{F}_1 = -kx \ \text{- сила упругости,} \qquad (6.34)$$

$$\vec{F}_2 = -\mu\vec{\upsilon} = -\mu\frac{dx}{dt}$$ -

(6.35)

сила трения в зависимости от скорости движения, μ - коэффициент трения,

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_0 \cos\omega t \quad (6.36)$$ -

внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону

В соответствии со вторым законом Ньютона уравнение колебательного движения можно записать в виде:

$$ma = \sum F_i = \frac{md^2x}{dt^2} = \sum_{i=1}^{n} F_i . \quad (6.37)$$

Рассмотрим следующие возможные случаи:

а). Действует сила $\vec{F}_1$ (6.34), силы $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ равны нулю. В этом случае уравнение (6.37) примет вид:

$$\frac{md^2x}{dt^2} = -kx, \quad \frac{md^2x}{dt^2} + kx = 0$$ -

уравнение гармонического колебания происходящего под действием силы упругости.

Данное колебательное движение описывается уравнением:

$$x = A\sin\omega t .$$

б). Действуют силы $\vec{F}_1$ (6.34) и $\vec{F}_2$ (6.35), а $\vec{F}_3 = 0$.

В этом случае уравнение (6.37) примет вид:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx + \mu\frac{dx}{dt} = 0 \quad (6.38)$$

Разделим обе части уравнения (7.38) на *m*:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} + \frac{\mu dx}{mdt} = 0 \quad (6.39)$$ -

уравнение гармонического колебания происходящего под действием силы трения и упругой силы.

В данном уравнении введем следующие величины:

$\frac{k}{m} = \omega_0^2$ - квадрат циклической частоты свободных затухающих колебаний, протекающих в отсутствии $\vec{F}_3$; $\frac{\mu}{m} = 2\delta$, где δ - коэффициент затухания [1/с] - величина, характеризующая быстроту уменьшения амплитуды колебания.

С учетом данных величин уравнение (6.39) примет следующий вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k\omega_0^2 + 2\delta\frac{dx}{dt} = 0 \text{ -} \qquad (6.40)$$

уравнение свободных гармонических колебаний.

Если на колеблющееся тело кроме силы упругости действует сила трения, то амплитуда колебаний будет уменьшаться и со временем колебания затухнут.

Изобразим изменение амплитуды свободного гармонического колебания графически (рис. 46).

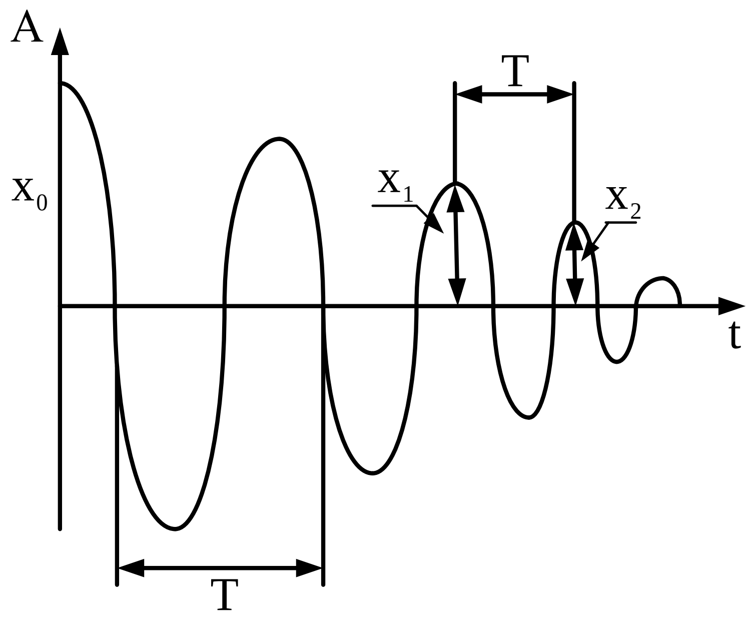


Рис. 46.

Амплитуда свободного гармонического колебания стечением времени изменяется по закону: $x = x_0 e^{-\delta t}$.Запишем это уравнение для x_1 и x_2:

$$x_1 = x_0 e^{-\delta t};\ x_2 = x_0 e^{-\delta(t+T)} \quad .$$

Логарифм отношения $\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$ называется ***логарифмическим декрементом затухания***, т.е. $\theta = \ln\left|\frac{x_1}{x_2}\right| = -\delta T$ - логарифмический декремент затухания, где δ - коэффициент затухания, T - период.

в). Если к колеблющемуся телу приложена сила $\vec{F}_3$, то тело будет совершать вынужденные колебания.

10. Вынужденные колебания

Рассмотрим систему, на которую действует внешняя периодическая сила, изменяющаяся по закону $F = F_0 \cos\omega t$. Дифференциальное уравнение, описывающее колебания такой системы будет иметь вид:

$$x'' + 2\beta \cdot x' + \omega_0^2 \cdot x = f \cdot \cos\omega t, \qquad (6.41)$$

где $f = \dfrac{F_0}{m}$.

Решение этого неоднородного дифференциального уравнения надо искать в виде суммы двух слагаемых:

$$x_1 = x_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - \beta^2}$, и

$$x_2 = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \; (7.42)$$

где

$$x_0 = \frac{f}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2 \cdot \omega^2}}, \qquad (6.42)$$

Первое слагаемое играет заметную роль только в начальной стадии процесса, при так называемом установлении колебаний. С течением времени роль этого слагаемого уменьшается ввиду наличия множителя $e^{-\beta t}$ и по прошествии достаточного времени им можно пренебречь.

Следовательно, второе решение описывает установившиеся вынужденные колебания (рис. 47). Они представляют собой гармонические колебания с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Амплитуда вынужденных колебаний зависит от амплитуды вынуждающей силы и ее частоты. Зависимость амплитуды колебаний от частоты приводит к тому, что при некоторой частоте амплитуда вынужденного колебания достигает максимального значения. Это явление получило название резонанса, а соответствующая частота – резонансной частоты.

Для резонансной частоты получаем выражени

$$\vec{\omega}_p = \sqrt{\omega_0^2 - 4\beta^2} \qquad (6.43)$$

В случае малого затухания $\left(\beta << \omega_0\right)$ можно считать, что $\omega_p \approx \omega_0$

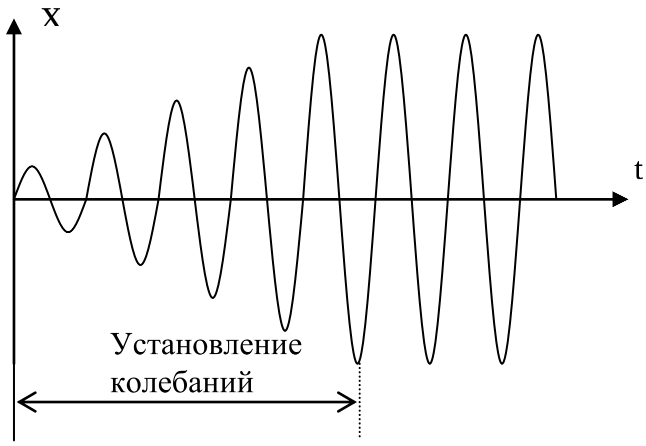


Рис. 47

11. Автоколебания

Автоколебания - незатухающие колебания, поддерживаемые в колебательной системе за счет постоянного внешнего источника энергии, которым управляет сама система, обеспечивая согласованность поступления энергии определенными порциями в нужный момент времени.

Любая автоколебательная система состоит из следующих четырех частей (рис. 48): 1) колебательная система; 2) источник энергии, за счет которого компенсируются потери энергии в системе; 3) регулятор (клапан) - некоторый элемент, регулирующий поступление энергии в колебательную систему;
4) обратная связь - система управления работой регулятора при помощи процессов, происходящих в самой колебательной системе.

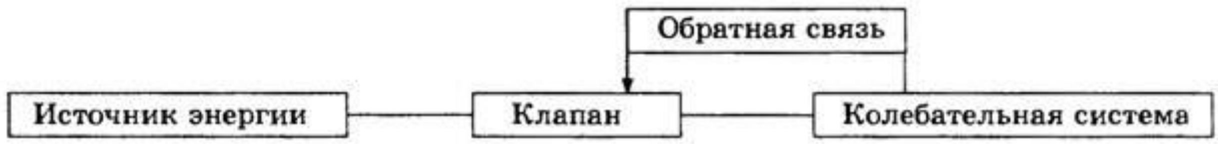


Рис. 48

Примерами автоколебаний могут служить колебания, совершаемые маятником часов, колебания струны в смычковых музыкальных инструментах или столба воздуха в духовых музыкальных инструментах и много других примеров. Системы, в которых возникают автоколебания, называются автоколебательными.

Тема № 7

«Механические волны»

План:

1. Волны. Поперечные и продольные волны.
2. Волновое число. Связь между скоростью и длиной волны.
3. Принцип Гюйгенса.
4. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость.
5. Энергия волны. Объемная плотность энергии. Плотность потока энергии. Вектор Умова.
6. Основы акустики.

1. Волны. Поперечные и продольные волны

Процесс распространения колебаний в упругой среде называется ***волной***.

Частицы среды, в которой волна распространяется, не движутся вместе с волной, а колеблются около некоторого положения равновесия.

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества.

Различают следующие типы волн:

- упругие;

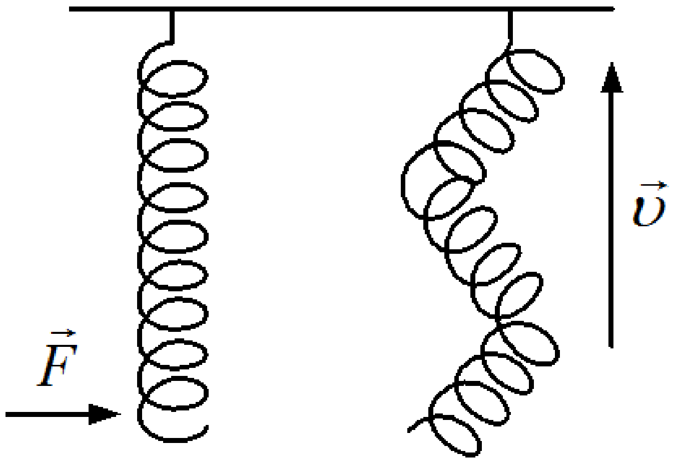
- волны на поверхности жидкости;

- электромагнитные.

Упругие **или** ***механические волны*** - это колебания, распространяющиеся в упругой среде.

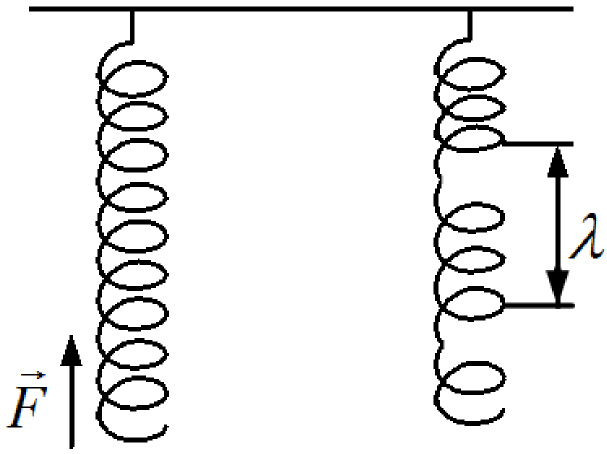
Механические волны бывают продольными и поперечными.

Если частицы среды колеблются в направлении перпендикулярном направлению распространения волны, то волна называется ***поперечной*** (рис. 49). В зависимости от направления силы $\vec{F}$, действующей на конец пружины, можно наблюдать поперечные (Рис. 49) и продольные волны (Рис. 50).



поперечная волна

Рис. 49.



продольная волна

Рис. 50.

В ***продольной волне*** направление колебания частиц совпадает с направлением распространения волны (рис. 50).

λ – длина волны, расстояние между центрами двух ближайших сгущений (сжатий) или разряжений (растяжений).

Продольные волны распространяются в средах, в которых преобладает деформация растяжения или сжатия (жидкость, газ, твердое тело).

Поперечные волны распространяются в средах, в которых преобладает деформации сдвига, т. е. только в твердых телах.

Упругая волна называется синусоидальной или гармонической, если соответствующие колебания частиц среды являются гармоническими. Гармоническая волна может быть изображена синусоидой (рис. 51).

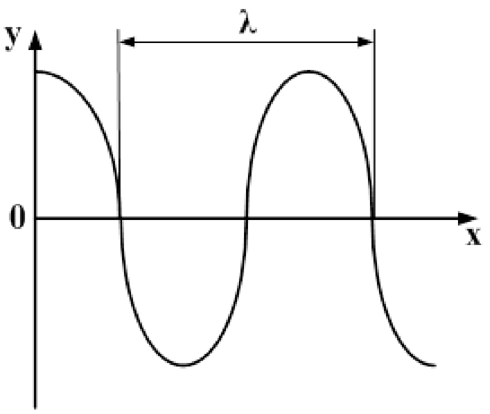


Рис. 51

λ – ***длина волны***, расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одной фазе.

О – источник колебания.

2. Волновое число. Связь между скоростью и длиной волны

В однородной среде волны распространяются равномерно, поэтому скорость их распространения определится по формуле:

$$\vec{\upsilon} = \frac{S}{t}, \tag{7.1}$$

За время равное периоду $t = T$ волна пройдет расстояние, равное длине волны $S = \lambda$ и скорость:

$$\vec{\upsilon} = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \upsilon \cdot T = \frac{\upsilon}{\nu} \tag{7.2}$$

Для характеристики волны вводят понятие ***волнового числа***:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{7.3}$$

Подставив значение λ из (7.2), получим:

$$k = \frac{2\pi\nu}{\upsilon},$$

Так как $2\pi\nu = \omega$ - циклическая частота, то волновое число также можно определить по формуле:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon \cdot T} = \frac{2\pi\nu}{\upsilon} = \frac{\omega}{\upsilon} \tag{7.4}$$

Выразим длину волны через частоту ν, так как $\nu = \frac{1}{T}$, то

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} \tag{7.5}$$

$$\upsilon = \lambda \cdot \nu \tag{7.6}$$

3. Принцип Гюйгенса

Пусть некоторая точка колеблется в сплошной упругой однородной среде. Тогда колебания от этой точки будут распространяться во все стороны.

Геометрическое место точек, до которых к данному моменту дошли колебания, называется ***фронтом волны*** (рис. 52).

Если источник колебаний точечный и колебания распространяются в однородной среде, то фронт волны будет сферой и волна называется ***сферической***.

Если фронт волны плоский, то волна называется ***плоской***.

Голландский физик Гюйгенс в конце XVII века дал способ построения нового фронта волны, если известно положение его в некоторый предыдущий момент.

Принцип Гюйгенса: *каждая точка фронта волны является источником элементарных вторичных волн. Огибающая всех этих элементарных волн представляет собой новый фронт волны*.

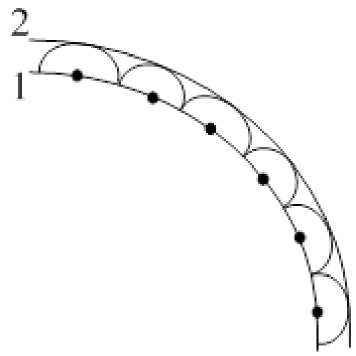


Рис. 52.

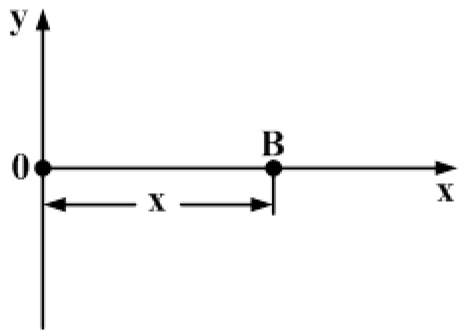


Рис. 53.

1 – фронт волны в некоторый момент времени t. За промежуток времени Δt от каждой точки фронта волны распространяется 2 – новый фронт волны.

4. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость

Бегущей называется волна, уносящая в пространство энергию.

Выведем уравнение бегущей волны (рис. 53). Пусть точка 0 совершает гармонические колебания по закону:

$$y = A \cdot \cos\omega t \ .$$

В точке *B* на оси x колебания будут проходить по тому же закону, но будут отставать по времени на $\tau = \dfrac{x}{\upsilon}$, где υ - скорость распространения волны, (в однородной среде υ = *const*) и уравнение колебания частиц в точке B примет вид:

$$y = A \cdot \cos\omega(t - \tau) = A \cdot \cos(\omega t - \omega \frac{x}{\upsilon}) .$$

Так как $\dfrac{\omega}{\upsilon} = k$ - волновое число, то

$$y = A \cdot \cos(\omega t - kx) \text{ - \textit{уравнение бегущей волны.}} \qquad (7.7)$$

$$y = A \cdot \cos(\omega t - \omega \frac{x}{\upsilon}) = A \cdot \cos\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) \text{ - \textit{уравнение плоской волны.}} \qquad (7.8)$$

Если волна распространяется в противоположном направлении, то ее уравнение будет иметь вид:

$$y = A \cdot \cos(\omega t + kx) . \qquad (7.9)$$

$$y = \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - kr) \text{ -} \tag{7.10}$$

уравнение сферической волны, где *r*– расстояние от источника до рассматри - ваемой точки.

Предположим, что фаза в уравнении волны есть величина постоянная

$$\omega t - \omega \frac{x}{\upsilon} = \omega(t - \frac{x}{\upsilon}) = const \tag{7.11}$$

Продифференцируем выражение $(t - \frac{x}{\upsilon})$ из уравнения (7.11):

$dt - \frac{dx}{\upsilon} = 0 \qquad dt = \frac{1}{\upsilon} dx \quad \rightarrow \vec{\upsilon} = \frac{dx}{dt}$ - *фазовая скорость волны.*

Скорость перемещения волны - это скорость перемещения фазы, поэтому эта скорость называется *фазовой скоростью*. Фазовая скорость волны зависит от ее частоты, так как $\vec{\upsilon} = \frac{\vec{\omega}}{k}$. Данное явление получило название *дисперсии волн*, а среда, в которой распространяются волны - *диспергирующей среды*.

Скорость распространения волны зависит от свойств среды:

$$\vec{\upsilon} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{7.12}$$

где E – модуль Юнга, ρ - плотность среды.

5. Энергия волны. Объемная плотность энергии. Плотность потока энергии. Вектор Умова

Пусть плоская синусоидальная волна $y = A \cdot \cos(\omega t - kx)$ распространяется в декартовой системе координат.

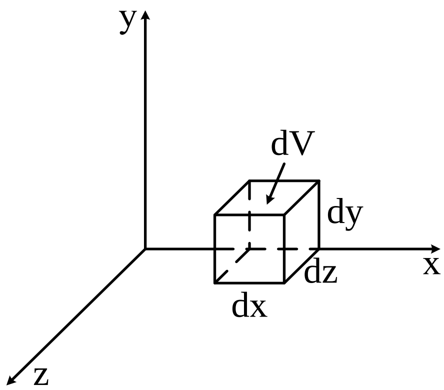


Рис. 54.

Выделим элементарный объем среды $dV = dx \cdot dy \cdot dz = dx \cdot dS$, массой dm (рис. 54). Этот элементарный объем dV находится в волновом движении и обладает полной энергией $dE = \frac{dmA^2\omega^2}{2}$ (6.10), складывающейся из кинетической энергии dE_k и потенциальной энергии dE_n. Так как $dm = \rho dV$, то

$$dE = \frac{\rho \cdot dV \cdot A^2 \cdot \omega^2}{2}$$ - полная энергия волны объема dV. (7.13)

Объемная плотность энергии волны (энергия единичного объема) равна:

$$\vec{w} = \frac{dE}{dV} \qquad (7.14)$$

$$w = \frac{\rho \cdot dVA^2\omega^2}{2dV} = \frac{\rho \cdot A^2\omega^2}{2}. \qquad (7.15)$$

Поток энергии волны определяется выражением:

$$d\Phi = \frac{dE}{dt} \quad - \qquad (7.16)$$

- энергия, переносимая через некоторую площадь dS в единицу времени.

j – ***плотность потока энергии***, которая определяется энергией переносимой в единицу времени, через единицу площади, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны:

$$j = \frac{d\Phi}{dS} \qquad (7.17)$$

Подставим в формулу (7.17) значение $d\Phi$ из (7.16)

$$j = \frac{dE}{dtdS}, \qquad (7.18)$$

Выразим dE из (7.14): $dE = w \cdot dV = w \cdot dS \cdot dx$. Подставив в (7.18), получим:

$$\vec{j} = \frac{w \cdot dS \cdot dx}{dt \cdot dS} = w \cdot \vec{\upsilon}. \qquad (7.19)$$

$$\vec{j} = w \cdot \vec{\upsilon}$$ - *вектор Умова*.

w - объемная плотность энергии, $\vec{\upsilon}$ - скорость волны.

6.Основы акустики

Звук - это продольная волна с частотой колебания от 16 до 20000 Гц. Источником звука может служить любое колеблющееся тело с частотой от 16 до 20000 Гц. Колеблющееся тело, вызывает колебание частиц окружающей его упругой среды, возникает продольная волна, которая достигая уха человека, вызывает в нем ощущение звука. С возрастом у человека ухудшается способность воспринимать высокочастотные звуковые колебания. Некоторые животные (летучие мыши, дельфины) могут воспринимать звуки с частотой выше 100 000 Гц.

Инфразвук < 16 Гц.

Ультразвук >20 000 Гц.

Звук характеризуется силой, которая пропорциональна амплитуде колебания звуковой волны и высотой звука, которая пропорциональна частоте колебания.

Характеристики звука

Звук описывается уравнением плоской волны

$$y = A\cos\omega(t - \frac{x}{v}) = A\cos(\omega t - kx).$$

Интенсивностью волны I называют величину, численно равную средней энергии E, переносимой волной в единицу времени через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны:

$$I = \frac{W}{St},$$

где S– площадь поверхности, t–время.

Единицы измерения интенсивности волны. $[I] = \left[\frac{Дж}{м^2 \cdot с} = \frac{Вт}{м^2}\right]$

Органы слуха человека и животных могут воспринимать акустические колебания не только в определенном диапазоне частот, но и в ограниченном диапазоне интенсивностей (рис. 55). Так, человеческое ухо воспринимает звуки с интенсивностью не менее $10^{-12}\,Вт/м^2$. Эта чувствительность соответствует биологическому пределу. Если бы люди ощущали звуки на 1-2 порядка меньше по интенсивности, то у нас в ушах стоял бы постоянный шум. Передача информации была бы невозможна. Максимальная интенсивность колебаний, воспринимаемая как звук, равна примерно 10 $Вт/м^2$ и называется болевым порогом, поскольку вызывает болевые ощущения. Еще большие интенсивности звука приводят к повреждению органов слуха.

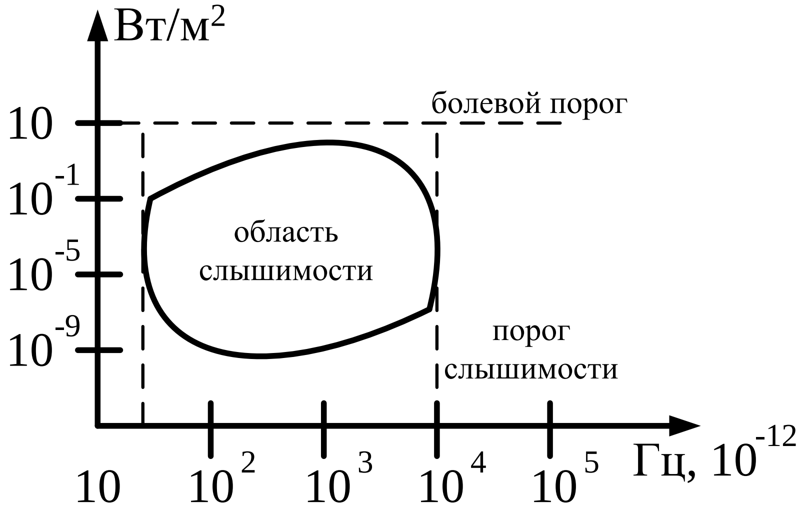


Рис. 55

Интенсивность звука I (сила звука) может быть определена через акустическое давление p.

$$I = \frac{p^2}{2pv} ,$$

где P – акустическое давление, ρ – плотность среды, υ – скорость распространения звука в данной среде, ρυ – акустическое сопротивление данной среды.

Акустическим или звуковым давлением p называется максимальное добавочное давление (избыточное над средним давлением окружающей среды), образующееся в участках сгущения частиц в звуковой волне.

Звуковые волны оказывают давление на все предметы, встречающиеся на их пути.

Уровень интенсивности L (громкость) – связан с интенсивностью I формулой L = I·φ, где φ – величина, характеризующая слуховые органы каждого индивидуума (чувствительность уха).

Согласно закону Вебера-Фехнера, уровень ощущения L прямо пропорционален логарифму отношения силы раздражения к ее пороговому значению.

По отношению к звуку, математически это запишется:

$$L = \lg \frac{I}{I_0} ,$$

Где L – уровень интенсивности ощущений (громкость), I – интенсивность (сила звука), lg – десятичный логарифм (основанием для которого является 10), $I_0 = 10^{-12}\,Вт/м^2$ – порог слышимости (биологический предел слышимости).

Уровень интенсивности звука прямо пропорционален логарифму отношения интенсивности (сила звука) к ее пороговому значению.

Раздел 2. Основы молекулярной физики и термодинамики

Тема № 8
«Молекулярно-кинетическая теория (МКТ) идеального газа»

План:

1. Основные положения молекулярно-кинетической теории.
2. Идеальный газ и его параметры.
3. Основное уравнение МКТ.
4. Экспериментальные газовые законы.
   4.1 Закон Бойля-Мариотта.
   4.2 Закон Гей-Люссака.
   4.3 Закон Шарля.
5. Абсолютный нуль.
6. Уравнение состояния идеального газа.
7. Работа при изобарическом процессе.
8. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Физический смысл универсальной газовой постоянной (R).
9. Закон Дальтона.
10. Законы статистического распределения молекул по скоростям

1. Основные положения молекулярно-кинетической теории

Молекулярная физика – раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из *молекулярно-кинетической теории (МКТ)*, которая опирается на следующие положения:

1. ***Все тела состоят из молекул.***
2. ***Молекулы находятся в хаотическом тепловом движении.***
3. ***Молекулы взаимодействуют между собой.***

Первое положение МКТ подтверждается тем, что в настоящее время получены фотографии молекул.

Второе положение можно подтвердить диффузией и броуновским движением. Диффузия – явление перемешивания веществ.

Броуновское движение – движение мельчайших частиц, находящихся во взвешенном состоянии под действием молекул окружающей среды (цветочная пыльца, раствор туши, частицы пыли в воздухе и т. д.).

Интенсивность броуновского движения пропорциональна температуре окружающей среды.

2. Идеальный газ и его параметры

В МКТ пользуются понятием *идеальный газ*, который удовлетворяет следующим условиям:

1. *Объем занимаемый молекулами газа мал по сравнению с объемом сосуда.*
2. *Молекулы газа не взаимодействуют друг с другом.*
3. *Столкновения друг с другом и со стенками сосуда абсолютно упругие.*

Идеальный газ характеризуется следующим параметрами:

V – объем. Газ полностью занимает объем сосуда, в котором находится;

P – давление. Обусловлено ударами молекул о стенки сосуда;

$[P] = \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}\right] = [\text{Па}]$.

t – температура – степень нагретости тела. Определяется кинетической энергией поступательного движения молекул.

Температура измеряется по следующим температурным шкалам:

1. Международная практическая шкала, градуированная в градусах Цельсия (^0C). Измеряется температура по нескольким шкалам, имеющие реперные точки при нормальном атмосферном давлении: точка плавления льда – $0\ ^0C$; точка кипения воды -100^0C .
2. Термодинамическая шкала, градуированная в кельвинах (K) или абсолютная шкала температур: $T = t + 273$: точка плавления льда – $273\ K$; точка кипения воды – $373\ K$.
3. Шкала Фаренгейта: точка таяния льда равна $+32\ °F$, а точка кипения воды $+212\ °F$.

3. Основное уравнение МКТ

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа устанавливает зависимость между давлением (p); объемом (V) и кинетической энергией поступательного движения его молекул.

Для вывода формулы рассмотрим одноатомный идеальный газ, находящийся в цилиндрическом сосуде с площадью основания ΔS и длиной l (рис. 56).

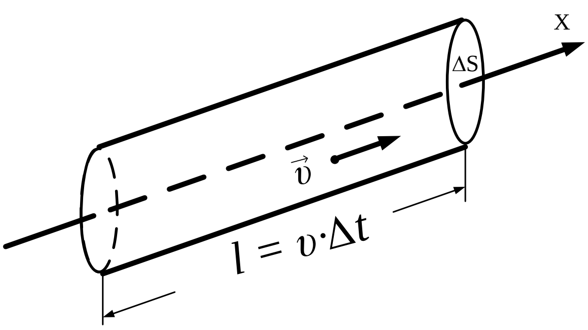


Рис. 56.

Молекулы движутся хаотически и беспорядочно, их количество N. Определим давление, оказываемое газом на площадку ΔS .

$$p = \frac{\vec{F}}{\Delta S} , \tag{8.1}$$

где $\vec{F}$ – сила, которая может быть выражена по второму закону Ньютона через импульс тела:

$$\vec{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} , \tag{8.2}$$

где $\Delta\ p$ – импульс.

Импульс одной молекулы равен:

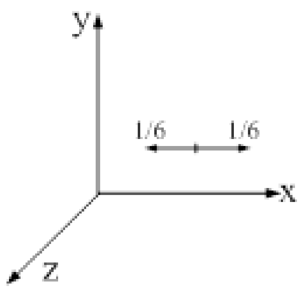
$$\Delta P_1 = m\upsilon - (-m\upsilon) = 2m\upsilon . \tag{8.3}$$

Так как после удара о стенки сосуда направление скорости изменится на 180^o

Общее количество молекул в сосуде будет равно:

$$N = n_0 \cdot V = n_0 \cdot \Delta S \cdot l = n_0 \cdot \Delta S \cdot v \cdot \Delta t . \tag{8.4}$$

где n_0 – концентрация.



(Рис. 57)

Молекулы движутся к площадке под разными углами. Для упрощения расчетов предположим, что молекулы движутся вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, 1/3 молекул вдоль каждого направления, причем половина молекул (1/6) движется в одну сторону, половина в противоположную (рис. 57). С учетом этого до площадки ΔS дойдет 1/6 от N – общего числа молекул.

$$N_{\Delta S} = \frac{1}{6} n_0 \Delta S \vec{v} \Delta t \tag{8.5}$$

Рассчитаем импульс Δp, сообщенный площадке ΔS этими молекулами. С учетом уравнения (8.3) уравнение (8.5) примет вид:

$$\Delta P = \frac{1}{6} n_0 \Delta S \vec{v} \Delta t \cdot 2mv = \frac{1}{3} n_0 \Delta S m v^2 \Delta t \quad (8.6)$$

Подставим значение Δp из уравнения (8.6) в (8.2) и выразим силу $\vec{F}$:

$$F = \frac{1}{3} \cdot \frac{mv^2 n_0 \Delta S \Delta t}{\Delta t} \quad (8.7)$$

Подставим правую часть уравнения (8.7) в уравнение (8.1):

$$p = \frac{1 m v^2 n_0 \Delta S \Delta t}{3 \Delta t \Delta S} = \frac{1}{3} m v^2 n_0 \quad (8.8)$$

Молекулы в сосуде движутся со скоростями $\vec{v}_1$; $\vec{v}_2$; … $\vec{v}_N$ в этом случае рассматривают среднюю квадратичную скорость

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i^2}$$

С введением $\langle v_{кв} \rangle$ уравнение (8.8) перепишется в виде:

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \langle v_{кв} \rangle \quad - \quad (8.9)$$

основное уравнение МКТ идеального газа.

Умножив и разделив правую часть уравнения (8.9) на 2, получим другой вид данного уравнения:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} n_0 \langle E_k \rangle \quad (8.10)$$

где $\langle E_К \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

По закону Больцмана $\langle E_к \rangle = \frac{3}{2} kT$, где k–постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Подставив значение $\langle E_к \rangle$ в (8.10) получим еще два вида основного уравнения МКТ идеального газа:

$$p = n_0 kT \quad (8.11)$$

Т. к. концентрация газа $n_0 = \frac{N}{V}$, то уравнение (8.11) перепишется в виде:

$$p = \frac{N}{V} kT$$

$$pV = NkT \quad (8.12)$$

4.Экспериментальные газовые законы

Рассмотрим законы, выведенные экспериментально и устанавливающие зависимость между p, V и T.

4.1.Закон Бойля-Мариотта

Закон Бойля-Мариотта устанавливает зависимость между давлением и объемом при постоянной температуре. Запишем основное уравнение МКТ для двух состояний газа:

$$P_1V_1 = NkT \tag{8.13}$$

$$P_2V_2 = NkT \tag{8.14}$$

Так, как правые части уравнений (8.13) и (8.14) равны, приравняем левые:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \text{ или } PV = const.$$

Закон Бойля-Мариотта: *произведение давления на объем данной массы газа есть величина постоянная при неизменной температуре*.

Процесс, протекающий при T = const называется *изотермическим* и изображается изотермой (рис. 58):

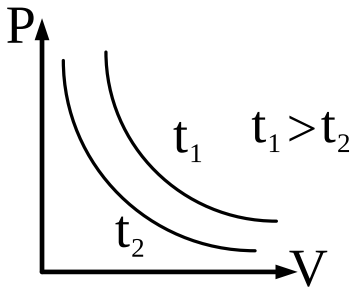


Рис. 58.

4.2. Закон Гей-Люссака

Закон Гей-Люссака устанавливает зависимость между объемом и температурой при постоянном давлении.

Запишем основное уравнение МКТ для двух состояний газа:

$$PV_1 = NkT_1 \tag{8.15}$$

$$PV_2 = NkT_2\ . \tag{8.16}$$

Разделим почленно уравнение (8.15) на (8.16) и получим:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \tag{8.17}$$

Закон Гей-Люссака: *объем данной массы газа прямо пропорционален абсолютной температуре при постоянном давлении.*

Закон Гей-Люссака через температуру по шкале Цельсия перепишется в виде:

$$V = V_0(1+\alpha t),$$

где α = 1/273 K^{-1} – коэффициент объемного расширения;

V_0– объем при 0 ^{0}С;

t– температура.

Процесс, протекающий при постоянном давлении называется *изобарическими* изображается изобарой (рис. 59).

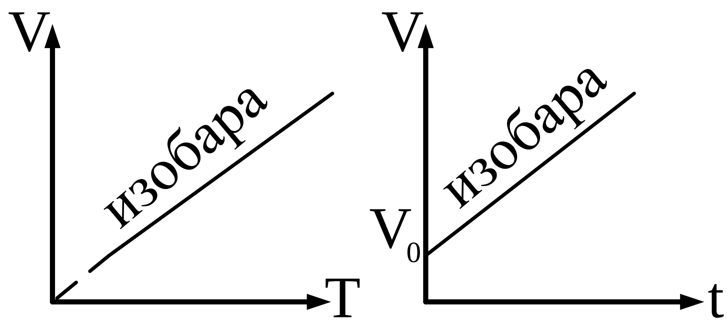


Рис. 59

4.3 Закон Шарля

Закон Шарля устанавливает зависимость между давлением *р*и температурой *Т* при постоянном объеме. Запишем основное уравнение МКТ для двух состояний газа:

$$P_1V = NkT_1 \qquad (8.18)$$

$$P_2V = NkT_2 \qquad (8.19)$$

Разделим почленно (8.18) на (8.19) и получим:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \qquad (8.20)$$

Закон Шарля: *давление данной массы газа пропорционально абсолютной температуре при постоянном объеме.*

Через температуру по шкале Цельсия закон Шарля запишется

$$p = P_0(1+\alpha t)\,, \qquad (8.21)$$

где $\alpha = 1/273\ K^{-1}$, P_0 – давление при 0^0С.

Процесс в газах, протекающий при постоянном объеме называется *изохорным* и изображается изохорой (рис. 60).

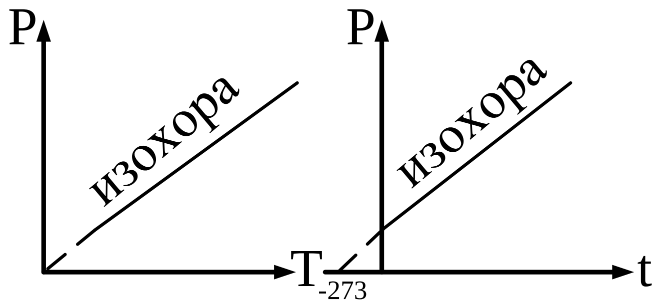


Рис. 60

4.4. Адиабатический процесс

Адиабатным, называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой $\Delta Q = 0$. Графически адиабатический процесс представляется адиабатой. Рассмотрим этот процесс в координатных осях $p - V$ (рис. 61).

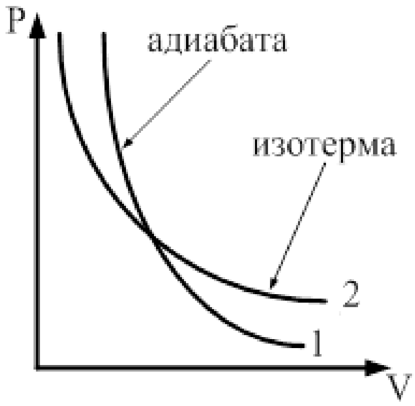


Рис. 61

Адиабата в осях $P - V$ представляет собой гиперболу, которая более крута, чем изотерма, т. к. при адиабатическом процессе 1-2 возрастает давление и изменяется температура.

6. *Абсолютный нуль*

Рассмотрим график изохорического процесса в координатных осях *P-t* (рис. 62).

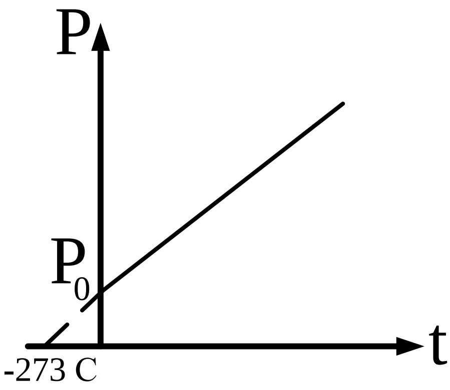


Рис. 62.

При понижении температуры давление, производимое газом, будет уменьшаться. Запишем закон Шарля:

$$P = P_0(1+\alpha t) \tag{8.22}$$

Найдем температуру, при которой давление, производимое газом $P = 0$

$$0 = P_0(1+\alpha t)$$

$p_0 \neq 0$,следовательно $1+\alpha t = 0$, $\alpha t = -1 \rightarrow t = \dfrac{1}{\alpha} = -273\,^0C.$

Абсолютный нуль - это температура, при которой прекращается поступательное движение молекул и давление, производимое газом становится равным нулю.

7. Уравнение состояния идеального газа

Запишем основное уравнение МКТ:

$$PV = NkT\,, \tag{8.23}$$

Разделим обе части равенства на T: $\dfrac{PV}{T} = NK$ для данной массы газа произведение $Nk = const$, следовательно

$$\frac{PV}{T} = const -$$ ***уравнение состояния идеального газа***. (8.24)

Произведение давления на объем, отнесенная к абсолютной температуре есть величина постоянная для данной массы газа (уравнение Клапейрона).

8. Работа при изобарическом процессе

Пусть 1 моль газа, находящегося в сосуде, совершает работу, перемещая поршень на расстояние *Δl* под действием силы *F* и переходит из состояния *1* в состояние *2* (рис. 63). (Например, нагревание газа под поршнем).

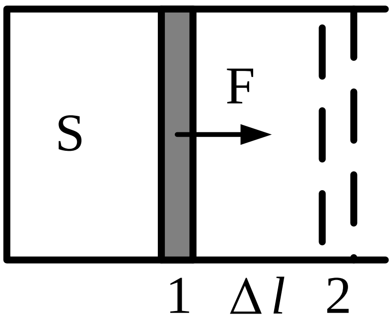


Рис. 63

Работа $A = F\,\Delta l$, выразим силу из формулы (8.1):

$$P = \frac{F}{\Delta S} \rightarrow F = P \cdot S\,,$$

тогда работа $A = P \cdot S \cdot \Delta l$, но $S \cdot \Delta l = \Delta V$ - изменение объема, следовательно:

$$A = P \cdot \Delta V = P(V_2 - V_1) \text{ -} \qquad (8.25)$$

работа идеального газа при изобарическом процессе.

8. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Физический смысл универсальной газовой постоянной (R)

Закон Авогадро: *Один Моль любого газа занимает одинаковый объем при нормальных условиях. В одном Моле вещества число молекул всегда равно* $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{моль}$ *(постоянная Авогадро)*

Запишем основное уравнение МКТ для одного моля газа:

$PV_\mu = N_A kT$, но $N_A k = R$ - универсальная газовая постоянная.

$$PV_\mu = RT \text{ -} \qquad (8.26)$$

уравнение Клапейрона для одного моля газа.

Выразим универсальную газовую постоянную из уравнения (8.26):

$$R = \frac{PV}{T} \qquad (8.27)$$

Рассмотрим состояние газа при нормальных условиях: $V = 22{,}4 \cdot 10^{-3} \, м^3$, $P = 10^5 \, Па,\ \ T = 273 К$. Если эти значения подставить в формулу (8.27), то получим: $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$.

Запишем уравнение Клапейрона для 2-х состояний газа. Первое при температуре *T*, второе при температуре *T+1⁰*, т. е при нагреве газа на 1 ^{0}С.

$$PV_1 = RT \qquad (8.28)$$

$$PV_2 = R(T+1) = RT + R \qquad (8.29)$$

Вычтем из (8.29) выражение (8.28):

$PV_2 - PV_1 = RT + R - RT$, $P\Delta V = R = A$, т.к. $A = P\Delta V$ (8.27), то $R = A = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$.

Физический смысл универсальной газовой постоянной:

R численно равна работе, которую совершает 1 моль газа при его нагревании на 1 К.

Запишем основное уравнение МКТ идеального газа: $pV = NkT$

Известно, что $N = N_A \cdot \nu$, где ν - число молей, N_A - число Авогадро.

$\nu = \frac{m}{\mu}$, где m – масса, μ – молярная масса.

Подставим значения N и ν в уравнение (8.23), получим:

$PV = \frac{m}{\mu} N_A kT$, так как $N_A k = R$. то

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \ - \qquad (8.30)$$

уравнение Менделеева-Клапейрона для любой массы газа.

9. Закон Дальтона

Пусть дан газ состоящий из смеси газов с концентрациями: $n_1; n_2; \dots n_n$. Давление, производимое каждым газом в отдельности называется парциальным давлением: $P_1; P_2; \dots P_n$.

Общее давление по основному уравнению МКТ $P = n_0 kT$, газ перемешивается и с течением времени $n_0 = n_1 + n_2 + \dots + n_n$, тогда $P = (n_1 + n_2 + \dots + n_n)kT = n_1 kT + n_2 kT + \dots + n_n kT$.

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n. \qquad (8.31).$$

Закон Дальтона: *общее давление смеси газов равно сумме парциальных давлений, производимых каждым газом в отдельности*.

10. Закон статического распределения молекул по скоростям

При столкновениях скорость молекул идеального газа изменяется по величине и направлению. Однако из-за хаотического движения молекул все направления движения являются равновероятными, т.е. в любом направлении в среднем движется одинаковое число молекул.

По молекулярно-кинетической теории, как бы не изменялись скорости молекул при столкновениях, в газе, находящемся в состоянии теплового равновесия, средняя квадратичная скорость движения молекул остается величиной постоянной. Это объясняется тем, что в газе устанавливается некоторое стационарное, т.е. не зависящее от времени, распределение молекул по скоростям, которое подчиняется некоторому статистическому закону. Этот закон был установлен Максвеллом.

При выводе закона распределения молекул по скоростям Максвелл предполагал, что газ состоит из очень большого числа тождественных молекул, находящихся в состоянии хаотического движения при постоянной температуре.

Для простоты рассуждений, без ущерба для точности, предположим, что скорости движения молекул удовлетворяют неравенству $0 < \upsilon < \infty$. Изменение скорости при столкновениях происходит случайным образом. Однако можноутверждать, что скорости большинства молекул лежат вблизи некоторого наиболее вероятного значения (рис. 64).

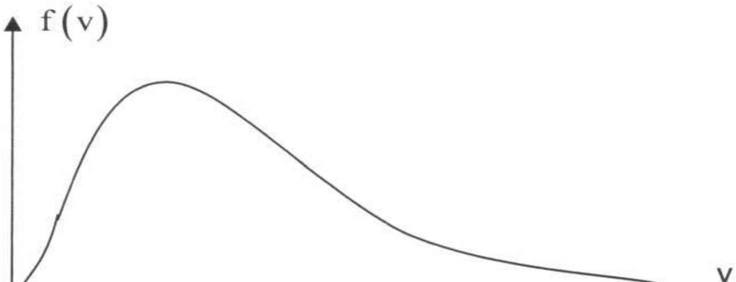


Рис. 64

Постановка вопроса о том, сколько молекул имеют заданную скорость, неимеет смысла, так как таких молекул может и не быть. Вопрос должен быть поставлен так: сколько молекул имеют скорости в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$, где

$d\upsilon << \upsilon$. Для решения этой задачи используется функция $f(\upsilon)$, называемая *функцией распределения молекул по скоростям*. Функция $f(\upsilon)$ определяет относительное число молекул $\frac{dN(\upsilon)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$.

Применяя методы теории вероятности, Максвелл нашел вид этой функции:

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_1}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \upsilon^2 \cdot e^{-\frac{m_1\upsilon^2}{2kT}} \tag{8.32}$$

Из данной формулы следует, что конкретный вид функции $f(\upsilon)$ зависит от рода газа (m_1) и от абсолютной температуры T.

Максвелловское распределение молекул по скоростям характеризует распределение молекул по кинетическим энергиям при отсутствии внешних силовых полей. Это распределение позволяет определить скорости молекул:

$\upsilon = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$ -*наиболее вероятная скорость*;

$\upsilon = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ - *средняя квадратичная скорость*;

$\upsilon = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ - *средняя арифметическая скорость.*

Первое экспериментальное определение скоростей движения молекул было осуществлено в 1920 году Штерном. Эти опыты позволили оценить распределение молекул по скоростям.

Прибор, использованный Штерном для этой цели, состоит из двух коаксиальных цилиндров. По оси прибора была натянута платиновая нить, покрытая серебром. При нагревании нити электрическим током с ее поверхности испарялись атомы серебра. Покинувшие нить атомы серебра двигались по радиальным направлениям. Внутренний цилиндр имел узкую щель, через которую наружу проходил узкий пучок атомов серебра, которые оседали на внутренней поверхности внешнего цилиндра.

Если привести весь прибор во вращение с угловой скоростью ώ, то след, оставляемый атомами серебра, сместится по поверхности внешнего цилиндра на некоторое расстояние ΔS. Это произойдет потому, что за время пока атомы серебра пролетают зазор между цилиндрами, прибор успевает повернуться на некоторый угол $\Delta\varphi$.

Легко показать, что $\Delta S = \omega \cdot R \cdot t$, а так как $t = \frac{R}{\upsilon}$, то $\Delta S = \frac{\omega \cdot R^2}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{\omega \cdot R^2}{\Delta S}$.

Измеряя на опыте угловую скорость вращения прибора ω и смещения следа серебра ΔS, можно было определить скорость атомов серебра.

Результаты опытов Штерна подтвердили правильность оценки скоростей движения молекул и распределения Максвелла.

Закон распределения Больцмана. Барометрическая формула.

При выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории и максвелловского распределения по скоростям, предполагалось, что на молекулы газа внешние силы не действуют, поэтому молекулы равномерно распределены по объему. Однако молекулы любого газа находятся в потенциальном поле Земли. Тяготение с одной стороны, и хаотическое движение молекул - с другой, приводят к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает.

На высоте $h = 0$ давление газа $P=P_0$, а на высоте h:

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{Mgh}{RT}} \tag{8.33}$$

Выражение (8.33) называется *барометрической формулой*.

Используя основное уравнение молекулярно-кинетической теории $P=nkT$ его можно преобразовать к виду:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{m_1gh}{kT}} \tag{8.34}$$

Это выражение получило название *распределения Больцмана*. Оно характеризует распределение молекул по потенциальным энергиям во внешнем силовом поле.

Из формулы (8.34) следует, что с понижением температуры число частиц на высотах, отличных от нуля, убывает, обращаясь в нуль при $T = 0$. При абсолютном нуле все молекулы расположились бы на поверхности Земли. При высоких температурах, напротив, n слабо убывает с высотой, так что молекулы оказываются распределенными по высоте почти равномерно.

Этот факт имеет простое физическое объяснение. Каждое конкретное распределение молекул по высоте устанавливается под действием двух тенденций: притяжение молекул к земле (характеризуется силой mg) и хаотическое тепловое движение (характеризуется величиной kT). Сила тяжести стремится расположить молекулы на поверхности Земли, тепловое движение - разбросать молекулы равномерно по всем высотам.

Больцман показал, что данное распределение справедливо не только в случае потенциального поля силы тяжести, но и в любом другом потенциальном поле сил (например, в поле центробежных сил инерции). Этот факт широко используется на практике в центрифугах, позволяющих разделять смеси частиц по массе.

Тема № 9

«Основы термодинамики»

План:

1. Термодинамическая система. Число степеней свободы. Внутренняя энергия термодинамической системы.
2. Первое начало термодинамики. Первое начало термодинамики применительно к изопроцессам.
3. Работа при изотермическом и адиабатическом процессах в газах.
4. Количество теплоты. Теплоемкость. Теплоемкость при постоянном давлении и постоянном объеме. Уравнение Майера.
5. Уравнение Пуассона для адиабатического процесса.
6. Обратимые и необратимые тепловые процессы.
7. Тепловые двигатели. КПД теплового двигателя. Второе начало термодинамики.
8. Цикл Карно.
9. Энтропия.

1. Термодинамическая система. Число степеней свободы. Внутренняя энергия термодинамической системы

Термодинамика – это раздел физики, в котором изучают закономерности тепловой формы движения материи.

Термодинамической системой называют совокупность микроскопических тел, которые могут обмениваться между собой и с внешней средой веществом и энергией.

Если обмен происходит только внутри системы, между телами, образующими систему, то она называется *замкнутой* или *изолированной*.

При наличии обмена с внешней средой говорят об *открытой термодинамической системе.*

Важной характеристикой термодинамической системы является ее *внутренняя энергия,* складывающаяся из энергии хаотического движения частиц термодинамической системы и из энергии их взаимодействия:

$$E = E_{к} + E_{пот} \tag{9.1}$$

Для вывода формулы внутренней энергии введем понятие *числа степеней свободы* – это число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве.

Будем рассматривать одноатомную молекулу как материальную точку, которая обладает тремя степенями свободы поступательного движения i.

Одноатомная молекула: $i_{пост.}=3$, $i_{вращ.}=0$, $i=3$.

Двухатомная молекула: $i_{пост.}=3$, $i_{вращ.}=2$, $i=5$.

Трехатомная и многоатомная молекула: $i_{пост.}=3$, $i_{вращ.}=3$, $i=6$.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул определяется по формуле:

$$\langle E\rangle=\frac{3}{2}kT \tag{9.2}$$

где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

В соответствии с законом Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул на каждую степень свободы приходится энергия $\frac{1}{2}kT$.

Если молекула имеет iстепеней свободы, то ее средняя кинетическая энергия определится по формуле:

$$\langle E_{молек}\rangle=\frac{i}{2}kT \tag{9.3}$$

Энергия одного моля газа, в котором число молекул N_a

$$\langle E_{моля}\rangle=N_a\frac{i}{2}kT \text{ - энергия моля}$$

так как $N_a\cdot k=R$, то последнее уравнение перепишется в виде:

$$\langle E_{моля}\rangle=\frac{i}{2}RT\,. \tag{9.4}$$

Для того, чтобы найти кинетическую энергию любой массы газа нужно уравнение (9.4) умножить на число молей $\nu=\frac{m}{\mu}$.

$$U=\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT\,. \tag{9.5}$$

Сравнивая уравнение (9.5) с уравнением Менделеева-Клапейрона $pV=\frac{m}{\mu}RT$, формулу кинетической энергии молекул газа любой массы можно записать в виде:

$$U=\frac{i}{2}PV\,, \tag{9.6}$$

Так как мы рассматривали идеальный газ, то в нем отсутствует взаимодействие между молекулами, следовательно, $E_0 = 0$ и в соответствии с уравнением (9.1) полная внутренняя энергия газа определится по формулам:

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT \text{ или } U = \frac{i}{2}pV\,. \tag{9.7}$$

Изменение внутренней энергии *ΔU:*

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T \tag{9.8}$$

где $\Delta T = T_2 - T_1$ – изменение температуры, если $\Delta T = 0$, то $\Delta U = 0$.

2. Первое начало термодинамики. Первое начало термодинамики применительно к изопроцессам

Изменить внутреннюю энергию термодинамической системы можно двумя путями:

1. Путем теплопередачи – сообщая количество теплоты *Q* (Дж).
2. Совершив работу. Если система сама совершит работу, то она считается положительной (+*A*). Если работа совершается над системой, то работа отрицательна (-*A*).

Пусть дана термодинамическая система, имеющая внутреннюю энергию U_1, подведем к системе количество теплоты *Q* и совершим над системой работу (-*A*), в результате внутренняя энергия системы станет U_2. Изменение энергии $U_2 - U_1 = \Delta U$ будет равно:

$$\Delta U = Q + (-A)$$

Выразим *Q:*

$$Q = \Delta U + A \tag{9.9}$$

Первое начало термодинамики: *Подводимое к системе тепло идет на изменение внутренней энергии системы ΔU и совершение системой работы A против внешних сил.*

Первый закон (начало) термодинамики для малых изменений состояния газов будет иметь вид:

$$dQ = dU + dA.$$

Если система периодически возвращается в исходное состояние, $dU = 0$

и, следовательно, $dA = dQ$, т. е. *нельзя построить двигатель, который бы совершал работу большую, чем количество сообщенной ему извне энергии –*

вторая формулировка первого начала термодинамики. Невозможно построить *вечный двигатель первого рода.*

Применим первое начало термодинамики к изопроцессам в газах.

а) если $T = const$, то изменение внутренней энергии $dU = 0$,т.к. $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$, вся теплота идет на совершение механической работы. Первый закон термодинамики для изотермического процесса будет иметь вид:

$$dQ = dA \qquad (9.10)$$

б) если V = const (изохорический процесс), работа газа $dA = 0$, т. к. $dA = pdV$ и, следовательно, вся теплота идет на изменение внутренней энергии:

$$dQ = dU \qquad (9.11)$$

в) если $P = const$ (изобарный процесс), то в этом случае совершается работа и изменяется внутренняя энергия газа:

$$dQ = dU + dA \qquad (9.12)$$

Первое начало термодинамики устанавливает количественные соотношения и ничего не говорит о направлении процессов в природе.

3. Работа при изотермическом и адиабатическом процессах в газах

Работа газа при изотермическом процессе.

В общем случае работа газа определяется выражением:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \qquad (9.13)$$

Работа газа при изотермическом процессе равна подведенному к системе количеству теплоты:

$$A = Q$$

Выразим давление газа из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V} \qquad (9.14)$$

Подставив выражение (9.14) в выражение (9.13), получим:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}\frac{m}{\mu}RT = \frac{m}{\mu}RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

.

Работа газа при адиабатическом процессе

При адиабатическом процессе отсутствует теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой (Q=0). Работа газа равна изменению внутренней энергии системы:

$$A = \Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_1 - T_2)$$

4. Количество теплоты. Теплоемкость. Теплоемкость при постоянном давлении и постоянном объеме. Уравнение Майера

Процесс изменения внутренней энергии термодинамической системы без совершения механической работы называется *теплопередачей*. Мерой изменения внутренней энергии термодинамической системы в процессе теплопередачи является *количество теплоты dQ*, которое определяется по формуле:

$$dQ = cmdT \qquad (9.15)$$

[Q]=[Дж]

Выразим *c* – удельную теплоемкость из (9.15):

$$c = \frac{dQ}{mdT} \qquad (9.16)$$

$$[c]=[\frac{Дж}{кг \cdot К}]$$

Удельная теплоемкость *численно равна количеству теплоты, которое необходимо для нагревания единицы вещества на 1 К.*

Молярной теплоемкостью *называется величина, равная количеству теплоты, необходимого для нагревания 1 моля вещества на 1 К:*

$$C = \frac{dQ}{\frac{m}{\mu}dT}, \qquad [C] = \left[\frac{Дж}{моль \cdot К}\right] \qquad (9.17)$$

Между молярной и удельной теплоемкостью существует следующая зависимость:

$$C = c \cdot \mu . \qquad (9.18)$$

Величина теплоемкости зависит от условий, при которых происходит нагревание.

Наибольший интерес представляет теплоемкость газа для случаев, когда нагревание происходит при постоянном объеме или при постоянном давлении.

В первом случае говорят о теплоемкости при постоянном объеме – C_V, во втором – при постоянном давлении – C_p.

Рассмотрим изменение энергии 1 моля газа при постоянном объеме. Найдем молярную теплоемкость C_V:

$$C_V = \frac{dQ}{\nu dT}, \text{ т. к. } \nu = 1 \text{моль, то } C_V = \frac{dQ}{dT}. \tag{9.19}$$

По первому закону термодинамики для изохорного процесса:

$$dQ = dU = \frac{i}{2} RdT .$$

Подставим правую часть уравнения (9.19) в уравнение (9.18), получим:

$$C_V = \frac{\frac{i}{2} RdT}{dT} = \frac{i}{2} R \text{ -} \tag{9.20}$$

молярная теплоемкость при $V = const$.

Очевидно, что при нагревании газа при постоянном давлении, наряду с изменением внутренней энергии будет совершаться работа

$$C_p = C_V + A,$$

т. к. $A = p\Delta V$, то $C_p = C_V + p\Delta V,$ но $p\Delta V = R$, тогда

$$C_p = C_V + R \text{ - } \textit{уравнение Майера.} \tag{9.21}$$

Выразим C_p через число степеней свободы:

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{iR + 2R}{2} = \frac{i+2}{2} R. \tag{9.22}$$

При изучении процессов, протекающих в газах важно знать понятие отношение C_p к C_V

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} \text{ -} \tag{9.23}$$

показатель адиабаты.

Его смысл в том, что он показывает во сколько раз $C_p > C_V$. Выразим γ через число степеней свободы:

$$\gamma = \frac{(i+2)R2}{2iR} = \frac{i+2}{2}. \tag{9.24}$$

5. Уравнение Пуассона для адиабатического процесса

Процесс протекающий без теплообмена с окружающей средой называют ***адиабатическим***.

$$dQ = 0.$$

С учетом этого первое начало термодинамики для адиабатического процесса будет иметь вид:

$$0 = dU + dA \text{ или } dU = -dA.$$

(9.25)

В адиабатическом процессе работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Подчиняется адиабатический процесс *уравнению Пуассона*:

$$pV^{\gamma} = const, \quad (9.26)$$

где p – давление, V – объем, $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ - коэффициент Пуассона (показатель адиабаты).

Через величины T и V уравнение Пуассона запишется в виде:

$$TV^{\gamma-1} = const. \quad (9.27)$$

Через величины T и p уравнение Пуассона запишется в виде:

$$Tp^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = const. \quad (9.28)$$

Графически адиабатический процесс представляется адиабатой, рассмотрим этот процесс в координатных осях p–V (рис. 65).

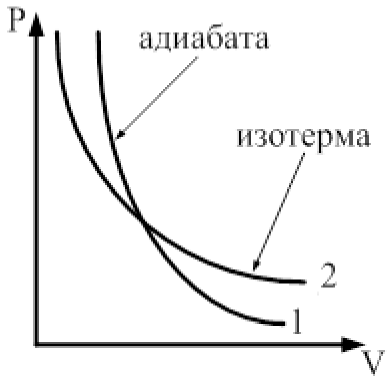


Рис. 65.

Адиабата в осях p-V представляет собой гиперболу, которая более крута, чем изотерма, т. к. при адиабатическом процессе 1-2 возрастает давление и изменяется температура.

6 Обратимые и необратимые тепловые процессы

Круговым процессом *(циклом)* называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний возвращается в исходное.

Изобразим круговой процесс в координатных осях p - V (рис. 66).

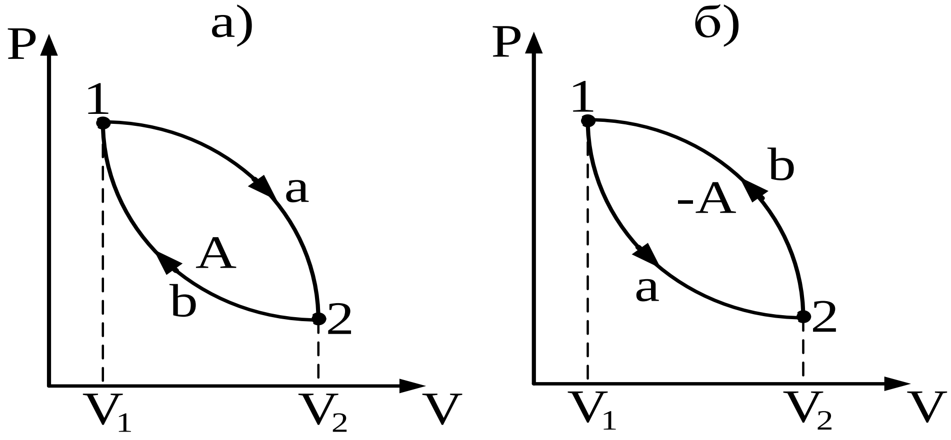


Рис. 66

На рисунке 65: а) 1-2 – расширение газа, б) 2-1 – сжатие газа.

Работа расширения определяется площадью фигуры $1a2V_2V_11$,

$dV > 0;\ A > 0$ (рис. 65, а);

Работа сжатия определяется площадью фигуры $2b1V_1V_22$,

$dV < 0; A < 0$ (рис. 65, б).

Таким образом работа, совершаемая за цикл, определяется площадью охватываемую кривой, описывающей процессы данного цикла.

Если цикл протекает по часовой стрелке, совершается положительная работа и цикл называется *прямым*.

Если за цикл совершается отрицательная работа (цикл протекает против часовой стрелки), то он называется *обратным*.

Прямой цикл используется в тепловом двигателе. Обратный цикл используется в холодильных машинах, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

Коэффициент полезного действия (КПД) кругового процесса определяется выражением:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%., \qquad (9.29)$$

где Q_1 – количество теплоты, получаемое термодинамической системой за цикл; Q_2 – количество теплоты, отдаваемое термодинамической системой за цикл.

Термодинамический процесс называется *обратимым*, если он может протекать, как в прямом, так и в обратном направлениях. Причем если такой процесс протекает сначала в прямом, а затем в обратном направлениях и система возвращается в исходное состояние, то ни в окружающей среде, ни в этой системе не происходит никаких изменений.

Всякий процесс, неудовлетворяющий этим условиям называется необратимым.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$, поэтому первое начало термодинамики для кругового процесса запишется в виде:

$$Q = A + \Delta U = A \tag{9.30}$$

7. Тепловые двигатели. КПД теплового двигателя. Второе начало термодинамики

Второе начало термодинамики возникло из анализа работы теплового двигателя (рис. 67).

Тепловой двигатель – периодически действующий двигатель, который совершает работу за счет полученной извне теплоты или это двигатель, в котором внутренняя энергия топлива превращается в механическую работу. К ним относятся паровые машины, паровые турбины, двигатели внутреннего сгорания, реактивные двигатели.

Любой тепловой двигатель состоит из нагревателя и холодильника. *Нагреватель* – устройство, в котором сгорает топливо и выделяется количество теплоты Q_1. Часть теплоты Q_2 передается *холодильнику*. Рабочее тело (пар или газ) совершают работу:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

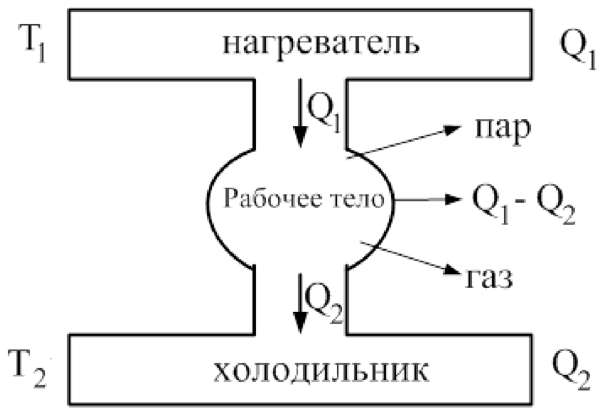


Рис. 67

КПД теплового двигателя определяется по формуле:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% \qquad (9.31)$$

Для работы тепловой машины необходим нагреватель и холодильник, благодаря которому система возвращается в исходное состояние.

Процесс, обратный рассмотренному в тепловом двигателе используется в холодильной машине. Для того, чтобы отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому, необходимо совершить работу над системой.

Кельвин и Планк сформулировали ***второе начало термодинамики***:

Невозможен процесс, при котором все тепло, полученное от нагревателя превращается в работу (вечный двигатель второго рода).

В холодильных машинах протекает процесс, обратный процессу в тепловых двигателях, т.е. над системой совершается отрицательная работа.

Второе начало термодинамики сформулировал также Клаузиус:

Теплота никогда не может переходить сама собой от тел с более низкой температурой к телам с более высокой температурой.

8. Цикл Карно

Цикл Карно - это прямой круговой процесс, состоящий из 2-х изотерм и 2-х адиабат в координатных осях p – V (рис. 68).

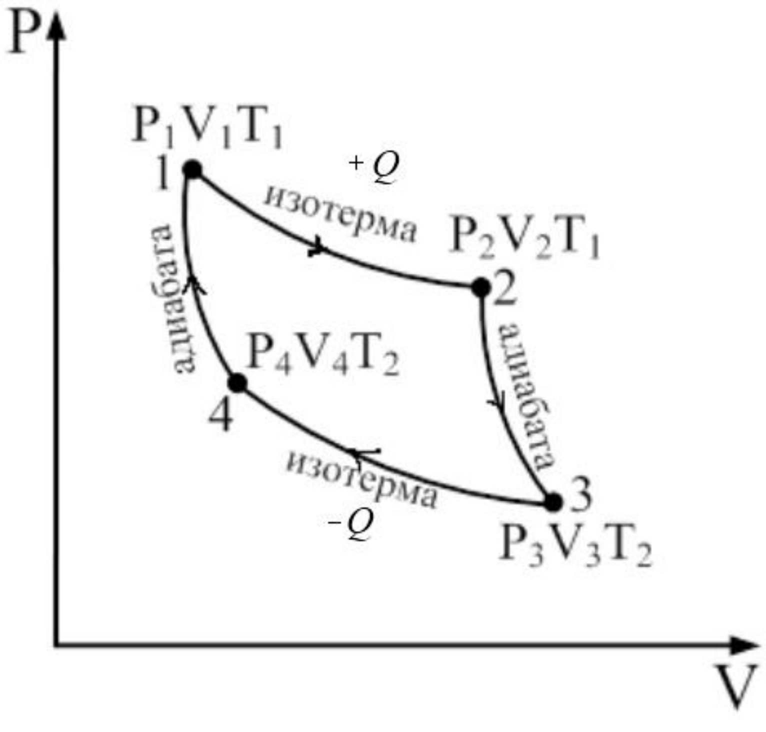


Рис. 68

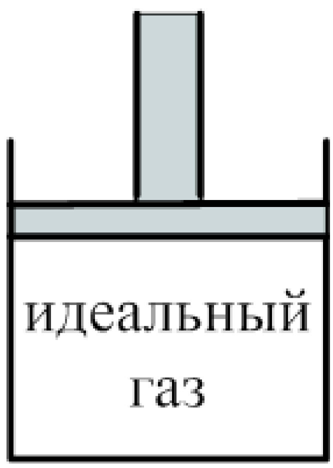


Рис. 69

В данном случае качество рабочего тела использован идеальный газ, который заключен в сосуд с подвижным поршнем (Рис. 69).

В точке 1 газ характеризуется параметрами $P_{1,}V_{1,}T_1$. Во 2-е состояние газ переходит изотермически расширяясь при T_1 = *const*, при этом к системе подведено количество теплоты Q_1 и газ характеризуется параметрами $P_2V_2T_1$ Переход из 2-го в 3-е состояние является адиабатическим расширением и газ характеризуется в третьем положении параметрами $P_3V_3T_2$. Переход из 3 в 4 – изотермическое сжатие, при котором холодильнику передается количество теплоты Q_2 и параметр газа $P_4V_4T_2$. Переход из 4 в 1 состояние – адиабатическое сжатие.

Работа, совершаемая в результате кругового процесса равна:

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} \tag{9.32}$$

Найдем каждую из составляющих формулы (9.32).

A_{1-2} – работа при изотермическом расширении.

$$A_{1-2} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = Q_1 \tag{9.33}$$

A_{2-3} – работа при адиабатическом расширении.

В данном процессе ΔQ = 0 (нет теплообмена с окружающей средой) и работа совершается за счет изменения внутренней энергии ΔU:

$$A_{2-3} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R(T_1 - T_2) \tag{9.34}$$

A_{3-4} – работа при изотермическом сжатии, газ отдает холодильнику количество теплоты Q_2.

$$A_{3-4} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} = -Q_2 \tag{9.35}$$

A_{4-1} – работа при адиабатическом сжатии:

$$A_{4-1} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) \tag{9.36}$$

Подставим выражения (9.33, 9.34, 9.35 и 9.36) в уравнение (9.32):

$$A = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} RT_1 - \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} RT_2 + \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} + \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} RT_1$$

$$A=\frac{m}{\mu}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}+\frac{m}{\mu}RT_2\ln\frac{V_4}{V_3} \quad (9.37)$$

Используя уравнение Пуассона для адиабатического процесса можно доказать, что $\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_3}{V_4}$ и с учетом этого уравнение (9.31) запишется в виде:

$$\eta=\frac{\frac{m}{\mu}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}-\frac{m}{\mu}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}}$$

$$\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}\ - \quad (9.38)$$

КПД теплового двигателя по формуле Карно, через температуру нагревателя T_1 и холодильника T_2 (9.38).

Коэффициент полезного действия цикла Карно является наибольшим и определяется только температурой нагревателя и холодильника и не зависит от природы рабочего тела.

Благодаря этой формуле возникло направление в науке по созданию экономически выгодного теплового двигателя. Это максимальный КПД для данного теплового двигателя. КПД реального теплового двигателя из-за потерь на преодоление трения, тепловых потерь всегда ниже, чем КПД по Карно.

9. Энтропия

Преобразуем выражение для КПД теплового двигателя к следующему виду:

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1},\ 1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{T_2}{T_1},\ \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{T_2}{T_1},\ \frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}=0\,.$$

Для цикла Карно алгебраическая сумма приведенных количеств теплоты равна 0.

Величина $\frac{Q}{T}$ - *приведенное количество теплоты.*

Для малых обратимых циклов это выражение примет вид:

$$\oint\frac{dQ}{T}=0\,.$$

Подынтегральное выражение

$$\frac{dQ}{T} = dS \text{ -} \qquad (9.39)$$

энтропия – функция состояния термодинамической системы.

Для обратимых процессов изменение энтропии $\Delta S = 0$.

В необратимых процессах изменение энтропии:

$$\Delta S \geq 0 - \quad \text{уравнение Клаузиса.} \qquad (9.40)$$

Так как реальные процессы необратимы, то можно утверждать, что все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии – *принцип возрастания энтропии*.

Раздел 3. Электричество и магнетизм

Тема № 10

«Основные силовые характеристики электрического поля»

План:

1. Электрический заряд. Закон сохранения заряда.
2. Закон Кулона. Единицы измерения заряда. Диэлектрическая проницаемость среды.
3. Электрическое поле. Однородное электрическое поле. Напряженность электрического поля. Силовые линии электрического поля.
4. Напряженность поля точечного заряда.
5. Принцип суперпозиции электрических полей.
6. Поток вектора напряженности.
7. Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля в вакууме.

1. Электрический заряд. Закон сохранения заряда

Существует два типа зарядов “-” и “+”.

Закон взаимодействия зарядов: *Одноименно заряженные частицы отталкиваются, разноименно заряженные притягиваются.*

Тело заряжено отрицательно, если на нем избыток электронов.

Электрический заряд (q) – дискретен, т. е.

$$q = e \cdot N, \tag{10.1}$$

где e – заряд элементарного отрицательного заряда - электрона

$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*, N – число электронов. [q] = [Кл].

Если на теле наблюдается недостаток электронов, то оно заряжено положительно.

Английский ученый Фарадей сформулировал закон сохранения зарядов:

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const \tag{10.2}$$

Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

2. Закон Кулона. Единицы измерения заряда. Диэлектрическая проницаемость среды

Кулон установил зависимость сил взаимодействия между зарядами в зависимости от их величин и расстояния между ними.

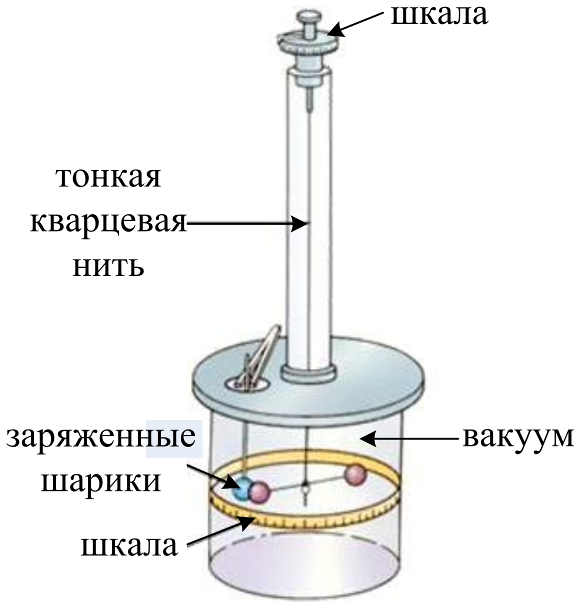


Рис. 70.

Изменяя величину заряда (q) и расстояние между ними Кулон установил:

Сила взаимодействия между двумя зарядами прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$F_в = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon_0 R^2} \tag{10.3}$$

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ - коэффициент пропорциональности, ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, q_1, q_2 – заряды, R – расстояние между зарядами.

Если заряды взаимодействуют в какой-либо среде, то ***закон Кулона*** запишется в виде:

$$\vec{F}_{ср} = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\varepsilon R^2} \qquad (10.4)$$

ε – диэлектрическая проницаемость среды - показывает во сколько раз сила взаимодействия в вакууме больше, чем в данной среде (Рис. 70)

$$\varepsilon = \frac{\vec{F}_в}{\vec{F}_{ср}}. \qquad (10.5).$$

3. Электрическое поле. Однородное электрическое поле. Напряженность электрического поля. Силовые линии электрического поля

Если в пространство, окружающее заряд q внести пробный заряд q_0, то на него будет действовать сила F, то есть вокруг каждого заряженного тела существует особая форма материи - электрическое поле, которое отличается от первой формы материи вещества тем, что его нельзя обнаружить при помощи органов чувств: увидеть, услышать, понюхать и т. д. Нельзя указать его конкретных границ. Поле материально потому, что обладает энергией и распространяется с конечной скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Поля, создаваемые неподвижными электрическими зарядами, называются ***электростатическими***.

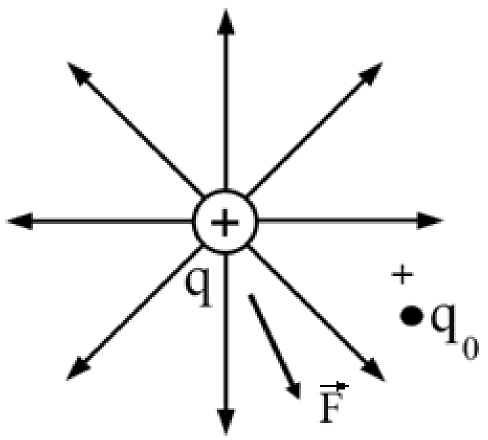


Рис. 71

Для изучения электростатического поля используется *пробный заряд*.

Пробным называется заряд, который не искажает поле при его внесении в это поле.

Силовой характеристикой электрического поля является ***напряженность***.

Внесем в поле заряда q пробный заряд q_0 (рис. 71), на него действует сила F, увеличим пробный заряд в 2 раза, тогда по закону Кулона и сила увеличится вдвое и т. д.

$$\frac{F}{q_0} = \frac{2F}{2q_0} = ... = \frac{nF}{nq_0} = const \qquad (10.5а)$$

Разделив члены уравнения (10.5а) почленно получим:

$$q_0 - F$$

$$2q_0 - 2F$$

$$nq_0 - nF$$

Отношение силы к заряду для данной точки поля постоянно и может служить характеристикой поля:

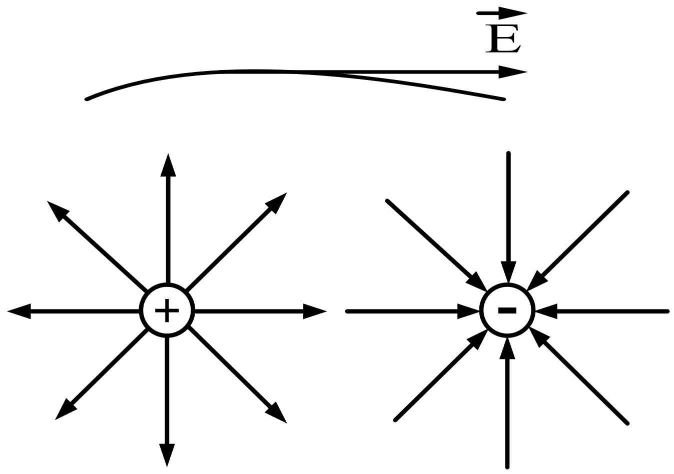
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \; ; \; [\vec{E}] = \left[\frac{Н}{Кл.}\right] \text{ или } [\vec{E}] = \left[\frac{В}{м.}\right]. \qquad (10.6)$$

напряженность электрического поля *численно равна силе, действующей на единичный точечный заряд*.

Изображается поле при помощи силовых линий.

Силовая линия – линия, касательная к которой в любой точке совпадает с вектором напряженности (Рис 72а).

Условно принято считать, что силовые линии начинаются на положительном заряде и заканчиваются на отрицательном (рис. 72б).



а) б)

Рис.72

Если линии напряженности параллельны друг другу и расположены на равных расстояниях, то такое поле называется однородным $-E\ = const$ (рис.73).

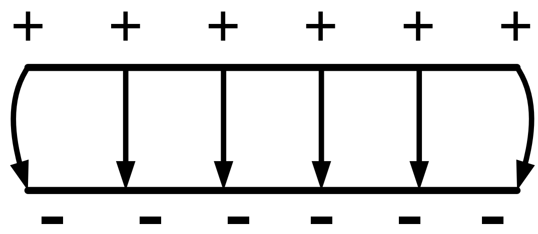


Рис. 73

4. Напряженность поля точечного заряда

Пусть дан положительный заряд q и на расстоянии R от него необходимо определить напряженность электростатического поля $\vec{E}$ (рис. 74).

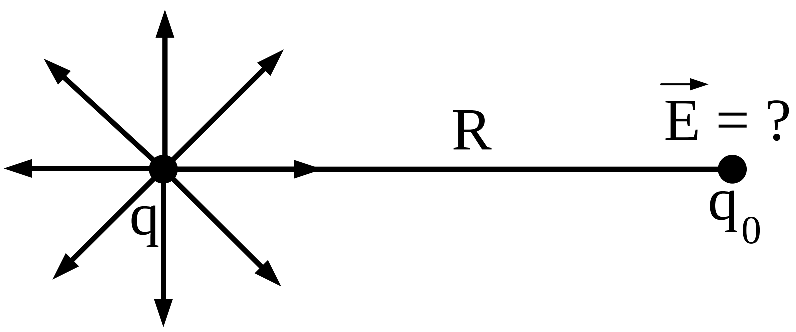


Рис. 74

Для этого внесем в поле пробный заряд q_0. Известно, что $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ (10.6),

силу $\vec{F}$ найдем по закону Кулона $\vec{F} = k\frac{|q| \cdot |q_0|}{R^2}$ и подставим в формулу (10.6), тогда:

$$\vec{E} = k\frac{|q| \cdot |q_0|}{R^2 q_0} = k\frac{q}{R^2}$$ – напряженность поля точечного заряда. (10.7)

5. Принцип суперпозиции электрических полей

Пусть дана система зарядов: $q_1, q_2, ...q_n$. Результирующая сила $\vec{F}$, действующая на пробный заряд q_0 определяется выражением:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F}_i$$

где F_i – сила действующая со стороны каждого заряда.

Принцип суперпозиции или наложения полей: напряженность $\vec{E}$ - результирующего поля создаваемого системой зарядов равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n. \quad (10.8)$$

6. Поток вектора напряженности

Чтобы с помощью линий напряженности или силовых линий можно было характеризовать не только направление, но и величину напряженности электрического поля, их проводят с определенной частотой.

Число линий напряженности, пронизывающих единичную площадку, расположенную перпендикулярно этим линиям должно быть равно модулю вектора напряженности поля (рис. 75)

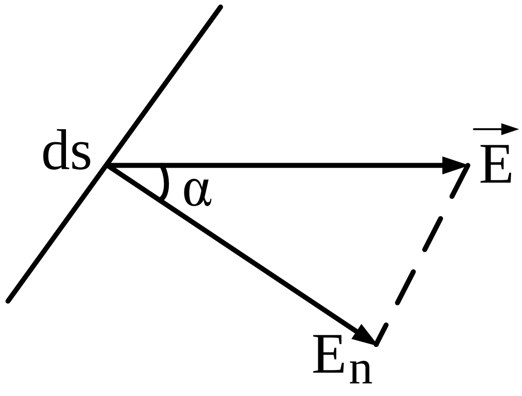


Рис.75

Введем понятие поток вектора напряженности $Ф_E$:

$$d\Phi_E = \vec{E}\cos\alpha\, dS = \vec{E}_n dS \qquad (10.9)$$

Поток вектора напряженности численно равен произведению составляющей вектора $\vec{E}$ на нормаль n к площадке dS, где α – угол между $\vec{E}$ и n- нормалью к площадке dS.

Для произвольной замкнутой поверхности:

$$\Phi_E = \oint E_n dS = \oint E dS\ . \qquad (10.10)$$

$d\vec{S} = dS \cdot n$ - вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью n.

7. Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля в вакууме

Теорема Остроградского-Гаусса позволяет рассчитать поток вектора напряженности создаваемой системой зарядов через произвольную замкнутую поверхность (рис. 76)

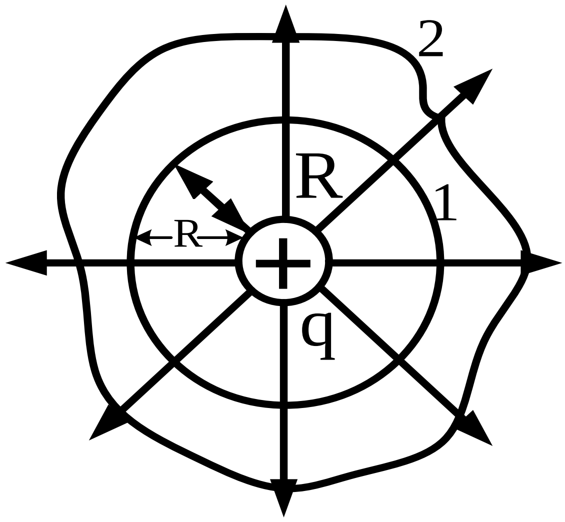


Рис. 76

Пусть положительный заряд q охвачен сферой радиусом R, поток вектора напряженности $Ф_E$ определяется по формуле (10.9)

$$\Phi_E = E_n dS \qquad (10.9)$$

т. к. напряженность $E = k\frac{q}{R^2}$,

площадь поверхности сферы $S = 4\pi R^2$, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, то

$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}4\pi R^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}q$$

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}q \qquad (10.11).$$

Если заряд q охвачен произвольной поверхностью (2), то ее пересекают те же линии, что и сферическую поверхность, и поток вектора напряженности определяется по формуле (10.11).

Если дано n зарядов, охваченных поверхностью, то согласно принципу суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i$$

$$\Phi_E = \oint E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i\,. \qquad (10.12)$$

Теорема Остроградского - Гаусса: *поток вектора напряженности через замкнутую поверхность произвольной формы, создаваемый системой зарядов равен алгебраической сумме зарядов отнесенной к диэлектрической проницаемости вакуума.*

Тема № 11

«Основные энергетические характеристики электрического поля»

План:

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости. Поверхностная плотность электрического заряда.
2. Потенциал, разность потенциалов электростатического поля.
3. Работа по перемещению электрического заряда в электростатическом поле.
4. Циркуляция вектора напряженности.
5. Связь между напряженностью и разностью потенциалов электростатического поля.

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости. Поверхностная плотность электрического заряда

Известно, что теорема Гаусса имеет большое практическое применение. Для примера рассчитаем напряженность равномерно заряженной бесконечной плоскости (рис. 77)

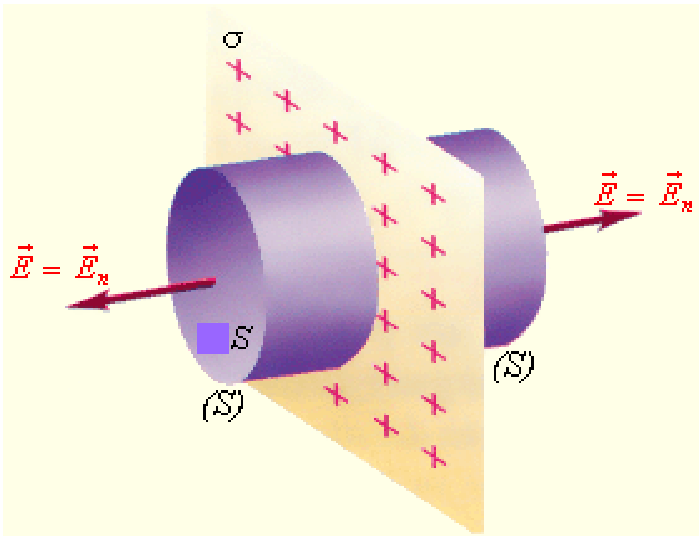


Рис. 77

В качестве замкнутой поверхности выберем цилиндр с площадью основания S перпендикулярной к поверхности плоскости.

Поток вектора ограничен двумя плоскими основаниями и определяется по формуле:

$$\vec{\Phi}_E = 2\vec{E}S \ . \qquad (11.1)$$

По теореме Остроградского-Гаусса поток вектора напряженности:

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0} q \ . \qquad (11.2)$$

Поверхностная плотность электрического заряда численно равна заряду, приходящемуся на единицу площади и определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{q}{S} = \left[\frac{Кл}{м^2}\right] \qquad (11.3)$$

Выразим заряд q через поверхностную плотность зарядов из формулы (11.3): $q = \sigma \cdot S$,подставив в формулу (11.3), получим:

$$\Phi_E = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} \ . \qquad (11.4)$$

Левые части уравнений (11.2) и (11.4) равны, приравняем правые:

$$2ES = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} \ ,$$

Отсюда: $\vec{E} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ - напряженность поля бесконечной заряженной плоскости (11.5)

2. Потенциал, разность потенциалов электростатического поля

Потенциалом электрического поля называется физическая величина равная отношению потенциальной энергии, которой обладает заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда.

$$\varphi = \frac{W_п}{q} \ , \quad \left[\varphi = \frac{Дж}{Кл} = В\right] \qquad (11.6)$$

Потенциал - энергетическая характеристика поля. Потенциал точечного заряда равен:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon \cdot r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

Где:

q - заряд, создающий поле;

ε_0-диэлектрическая постоянная вакуума;

ε -диэлектрическая проницаемость среды;

r -расстояние.

Когда поле образовано несколькими зарядами $q_1, q_2, ...q_n$, то потенциал в данной точке равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, ...\varphi_n$, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

Потенциал – величина скалярная, поэтому может быть, как положительной, так и отрицательной.

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i .$$

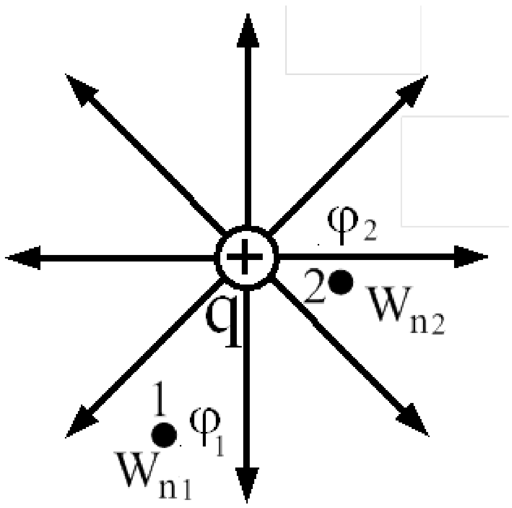


Рис. 78

Пусть поле создано положительным зарядом q и пробный заряд q_0переносится в этом поле из точки 1 в точку 2.

При перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2 (рис. 78) будет совершаться работа равная:

$$A = W_{n_2} - W_{n_1} . \qquad (11.7)$$

Из формулы (11.6): $W_{n1} = \varphi_1 q_0$, $W_{n2} = \varphi_2 q_0$. Подставив в формулу (11.7) получим:

$$A = (\varphi_2 q_0 - \varphi_1 q_0) = q_0(\varphi_2 - \varphi_1),$$

отсюда

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = \frac{A}{q} \text{ -} \qquad (11.8)$$

разность потенциалов двух точек поля равна работе сил по перемещению единичного положительного заряда из одной точки поля в другую.

$\Delta\varphi = A$, если q_0 = +1.

Переместим теперь заряд q_0 из бесконечности в данную точку поля:

$$r_2 = \infty; \quad \varphi_2 = 0; \quad \varphi = k\frac{q}{r}$$

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$$

Потенциал точки электрического поля *равен работе перемещения единичного точечного заряда из бесконечности в данную точку поля.*

$$[\varphi] = \left[\frac{Дж}{Кл}\right] = [В].$$

3. Работа по перемещению электрического заряда в электростатическом поле

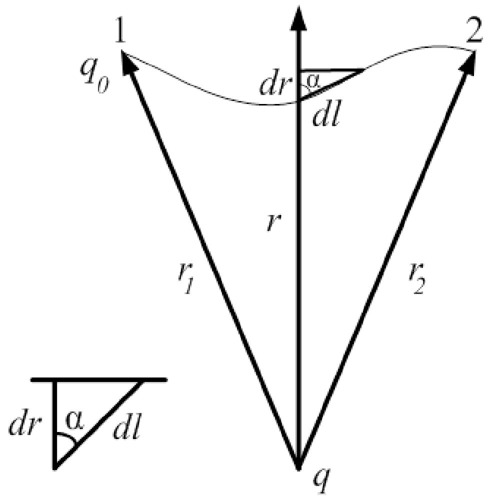


Рис. 79

Перенесем заряд q_0 из точки 1 в точку 2 электрического поля создаваемого зарядом q по произвольной кривой (рис. 79). Определим работу на элементарном участке *dl*

$$dA = F \cdot dl \cdot \cos\alpha\ . \qquad (11.9).$$

Сила F под действием, которой заряд перемещается в поле, может быть определена по закону Кулона:

$$F = k\frac{|q_0||q|}{r^2}. \qquad (11.10)$$

Из чертежа видно, что

$$dl \cdot \cos\alpha = dr\ . \qquad (11.11).$$

Подставим правые части уравнения (11.10) и (11.11) в (11.9) получим:

$$dA = k\frac{|q_0||q|}{r^2}dr$$ – работа на элементарном участке *dl*. (11.12)

Для того чтобы найти работу на участке 1-2 проинтегрируем уравнение (11.12) от r_1 до r_2:

$$A = \oint_r dA = \int_{r1}^{r2} k\frac{|q_0||q|}{r^2}dr = k|q_0||q|\int_{r1}^{r2}\frac{1}{r^2}dr = \frac{|q_0||q|}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

$$A = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$ – работа перемещения заряда в электрическом поле. (11.13)

Из формулы видно, что работа по перемещению заряда в электрическом поле не зависит от траектории, а зависит от выбора начальной и конечной точек, следовательно, электрическое поле – потенциально, а электрические силы – консервативные силы.

Очевидно, что работа по замкнутому контуру $A = 0$.

4. Циркуляция вектора напряженности

Пусть единичный положительный заряд q_0 перемещается в электрическом поле.

Работа по перемещению заряда: $A = F \cdot dl \cdot \cos\alpha$.

Известно, что напряженность электрического поля определяется по формуле $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0} \to \vec{F} = \vec{E} \cdot q_0$, но q_0 – единичный заряд, тогда $\vec{F} = \vec{E}$

$dA = E \cdot dl \cdot \cos\alpha = E_l dl, \quad E_l = E \cdot \cos\alpha$ -

проекция E_i на направление перемещения.

Чтобы найти всю работу, проинтегрируем последнее выражение:

$$A = \oint E_l dl, \qquad A = \oint dA = 0$$

$\oint E_l dl$ - циркуляция вектора напряженности.

$$\oint E_l dl = 0.$$

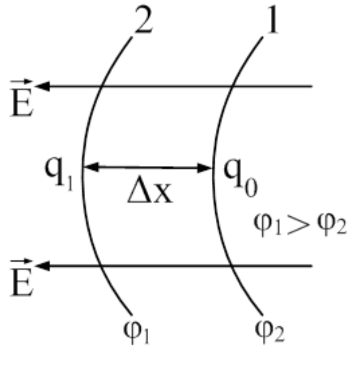
Циркуляция вектора напряженности по замкнутому контуру равна нулю.

5. Связь между напряженностью и разностью потенциалов электростатического поля

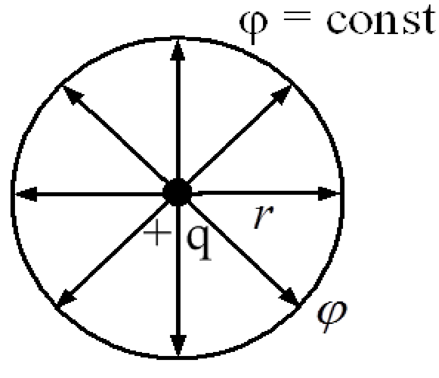
Найдем связь между силовой характеристикой поля напряженностью $\vec{E}$ и энергетической характеристикой - потенциалом φ.

Для вывода формулы введем понятие *эквипотенциальная поверхность*.

Эквипотенциальной называется поверхность, потенциалы в любой точке, которой одинаковы, например, на поверхности сферы, окружающей заряд q (рис. 80). Причем напряженность $\vec{E}$ направлена перпендикулярно эквипотенциальной поверхности.



а)



б)

Рис.80

Пусть пробный заряд q_0 перемещается с одной эквипотенциальной поверхности с φ_2 на другую с потенциалом φ_1, причем $\varphi_2 > \varphi_1$. Расстояние между поверхностями Δx. Работа по перемещению может быть определена двумя способами:

Первый способ: $A = \vec{F} \cdot \Delta x$ (11.14)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \to \vec{F} = \vec{E} q_0,$$

подставим в уравнение (14), получим:

$$A = -\vec{E} q_0 \Delta x \tag{11.15}$$

Знак «-» говорит о том, что заряд перемещается против силовых линий поля.

Второй способ: $\Delta\varphi = \dfrac{A}{q_0} \to A = q_0 \Delta\varphi$ (11.16)

Левые части уравнений (15) и (16) одинаковы, приравняв правые, получим:

$$-\vec{E} q_0 \Delta x = q_0 \Delta\varphi \to \vec{E} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}. \tag{11.17}$$

Напряженность электрического поля численно равна разности потенциалов, приходящейся на единицу длины силовой линии.

Тема № 12

«Основы электродинамики электрических полей различных типов»

План:

1. Проводники в электрическом поле.
2. Диэлектрики. Электрический диполь.
3. Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков (электронная, дипольная, ионная). Напряженность поля в диэлектрике, помещенном в электрическое поле.
4. Поляризованность диэлектрика.
5. Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов.
6. Энергия заряда в электрическом поле. Энергия заряженного проводника.
7. Энергия электрического поля конденсатора.

1. Проводники в электрическом поле

Проводники – это вещества, в которых имеются свободные носители зарядов. В металлах – электроны, в электролитах – ионы, в газах – ионы и электроны. Если проводник поместить в электростатическое поле, то под действием сил со стороны электрического поля заряды начнут перемещаться. Отрицательные – против силовых линий поля, положительные – вдоль силовых линий электрического поля (Рис.81).

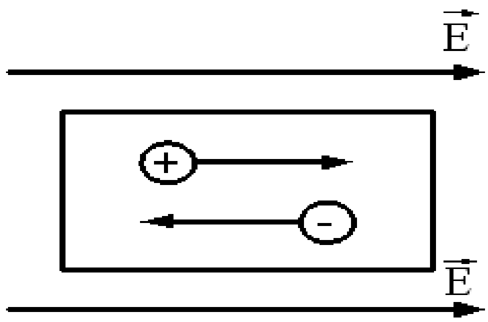


Рис. 81

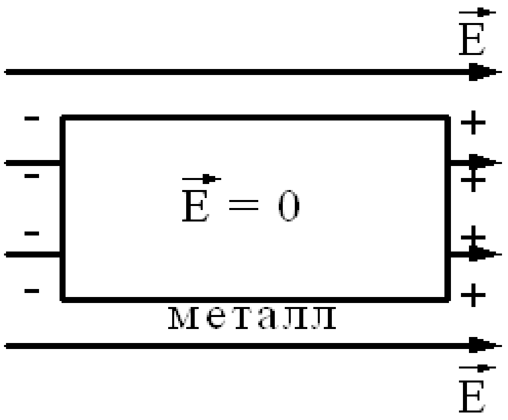


Рис. 82

Поместим в электрическое поле напряженность $\vec{E}$. металлический проводник (Рис.82). Электроны, двигаясь против силовых линий поля, зарядят поверхность проводника отрицательно, а та часть проводника, откуда электроны ушли, будет заряжена положительно. В результате этого в проводнике возникнет электрическое поле напряженностью $\vec{E}'$, направленное навстречу внешнему полю напряженностью $\vec{E}$.

Перемещение зарядов будет происходить до тех пор, пока внутреннее поле не скомпенсирует внешнее и напряженность поля в проводнике не станет равной $\vec{E} = 0$.

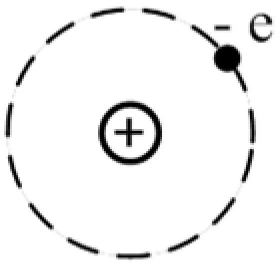
Выводы:

1. Внутри проводника, помещенного в электрическое поле напряженность $\vec{E} = 0$, т. е. электрическое поле отсутствует.
2. Заряды располагаются на поверхности проводника, помещенного в электрическое поле.

Эти свойства используются при защите от внешних воздействий электрических полей приборов, расположенных внутри металлических корпусов.

2. Диэлектрики. Электрический диполь

Диэлектрики (изоляторы) – вещества, у которых нет свободных носителей зарядов, они не проводят электрический ток. Как и другие вещества, диэлектрики состоят из молекул, а последние из атомов. Атом состоит из положительного ядра и отрицательно заряженных электронов, вращающихся вокруг ядра – атом водорода (рис. 82).



Молекулы могут иметь симметричное строение (H_2 – водород, N_2 – азот, O_2 – кислород) и ассиметричное строение (вода, аммиак, эфир и т. д.).

Рис.83

Электрический диполь – это система двух зарядов, равных по величине и противоположных по знаку, расстояние между которыми l во много раз меньше расстояния до рассматриваемой точки (рис. 84). ***Вектор*** $\vec{l}$, направленный от минуса к плюсу, равный расстоянию между зарядами, называется ***плечом диполя.***

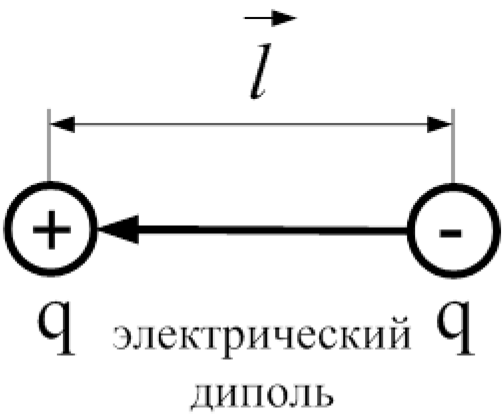


Рис.84

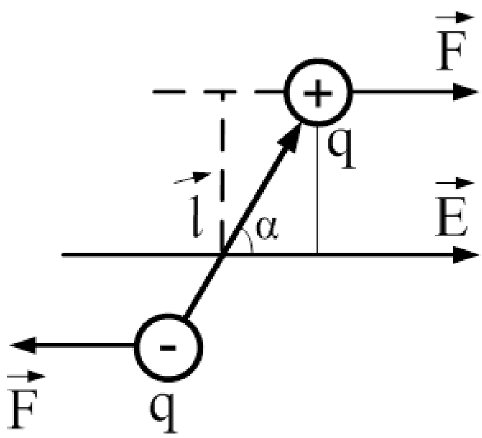


Рис.85

Если диполь поместить в однородное электрическое поле, то на него будет действовать момент пары сил (рис. 85). Произведение заряда на плечо диполя:

$\vec{P} = q\vec{l}$ - *дипольный момент или электрический момент диполя.*

Вектор дипольного момента $\vec{P}$ направлен вдоль вектора напряженности поля $\vec{E}$.

Момент пары сил

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{F} \cdot \vec{l} \cdot \sin\alpha \qquad (12.1)$$

так как

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \vec{F} = \vec{E} \cdot q \qquad (12.2).$$

Подставив (12.2) в (12.1), получим

$$\overrightarrow{M} = \vec{E} \cdot q \cdot \vec{l} \cdot \sin\alpha \qquad (12.3)$$

$\overrightarrow{M} = \vec{E} \cdot \vec{P} \cdot \sin\alpha$ - момент пары сил, действующей на диполь. Если $\alpha = 0$, тогда $sin 0 = 0$, следовательно $\overrightarrow{M} = 0$

3. Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков (электронная, дипольная, ионная). Напряженность поля в диэлектрике, помещенном в электрическое поле.

Различают следующие виды поляризации диэлектрика: *электронная, дипольная, ионная.*

а) Если вещество состоит из молекул, имеющих симметричное строение и в отсутствии электрического поля при напряженности $\vec{E} = 0$, дипольный момент $\vec{p} = 0$, то в электрическом поле происходит смещение зарядов в молекулах, они превращаются в диполи, которые располагаются вдоль силовых линий поля. В результате этого одна поверхность диэлектрика заряжается положительно, а вторая - отрицательно (рис. 86).

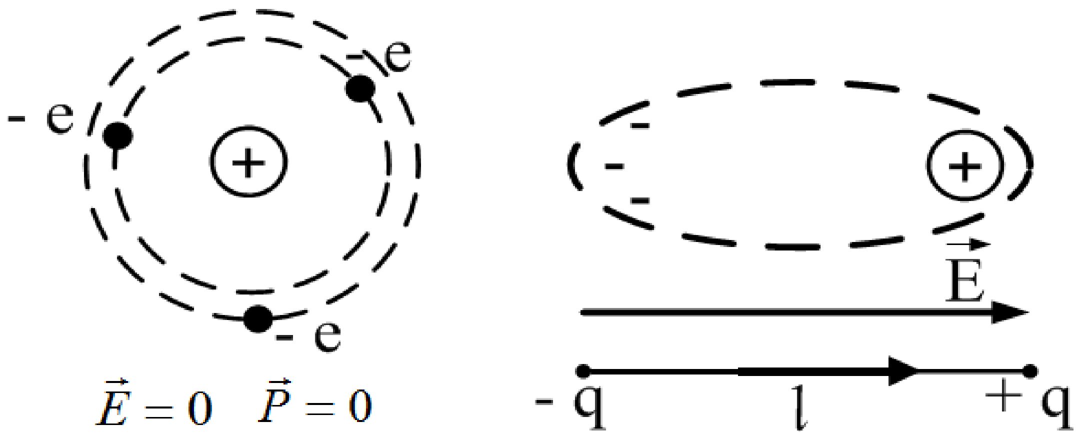


Рис. 86

Это явление называется ***электронной поляризацией.***

б) Молекулы, имеющие ассиметричное строение обладают дипольным моментом $\vec{P}$ и в отсутствии электрического поля, дипольные моменты ориентированы хаотически (беспорядочно). При помещении диэлектрика в электрическое поле диполи располагаются вдоль силовых линий (рис. 87).

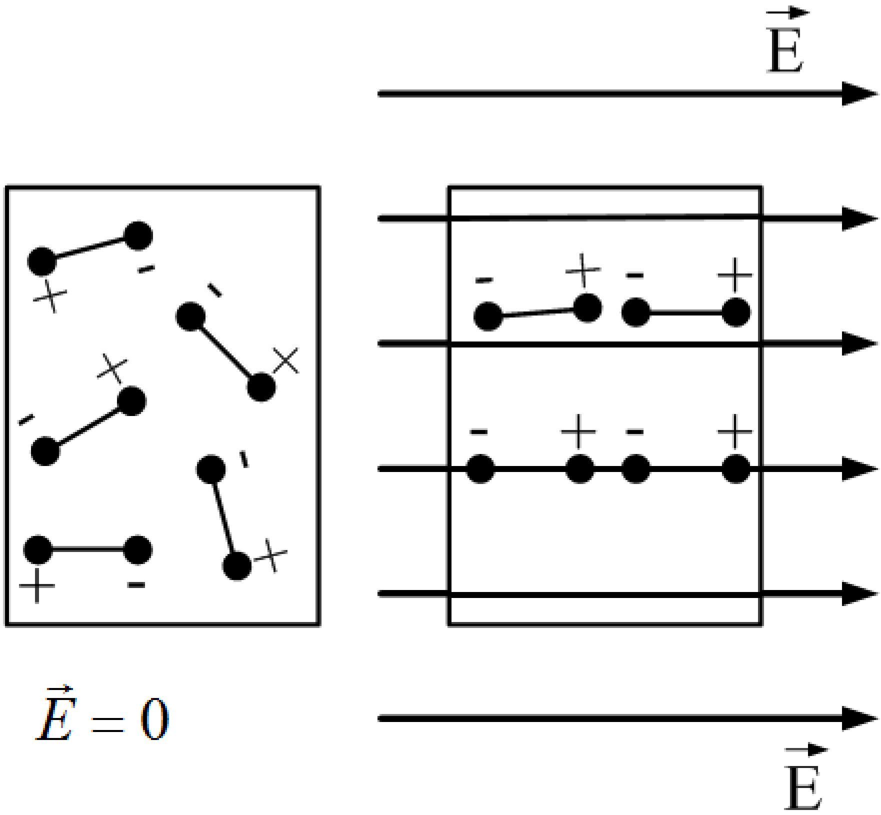


Рис. 87

Такая поляризация называется ***дипольной*** **или** ***ориентационной***.

в) Вещества, молекулы которых имеют ионное строение - ионные кристаллы, представляющие собой пространственные решетки с чередованием ионов разных знаков. При наложении электрического поля $\vec{E}$, на кристалл происходит деформация кристаллической решетки, приводящая к появлению дипольных моментов $\vec{P}$, ориентированных вдоль силовых линий электрического поля. Это явление называется *ионной поляризацией*.

Поляризация диэлектрика – это ориентация диполей или появление ориентированных по полю диполей под воздействием электрического поля, а также внутренне смещение зарядов, в результате чего одна поверхность диэлектрика заряжается положительно, вторая – отрицательно.

Если диэлектрик внести между двумя параллельными разноименно заряженными платинами (рис. 88). В нем произойдет смещение зарядов, положительных - по полю, отрицательных - против поля. На поверхности диэлектрика появятся связанные нескомпенсированные заряды. Внешнее поле имеет напряженность $\vec{E}$, поле, созданное связанными зарядами внутри диэлектрика напряженностью E' будет направлено навстречу внешнему полю и ослаблять его (12.6).

$E_P = E - E'$ - Результирующее поле внутри диэлектрика (12.6)

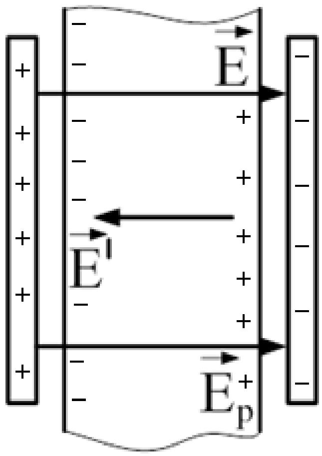


Рис. 88

4. *Поляризованность диэлектрика*

При помещении диэлектрика в электрическое поле происходит его поляризация, в целом диэлектрик объемом V приобретает дипольный момент или электрический момент:

$$\vec{P}_V = \sum_i \vec{P}_i$$

где $\vec{P}_i$ - дипольный момент одной молекулы.

Для количественного описания поляризации вводится понятие – *поляризованность р.*

$$\vec{P} = \frac{P_V}{V} = \frac{\sum_i P_i}{V} \qquad (12.4)$$

Поляризованность - это дипольный момент единицы объема диэлектрика. Поляризованность почти для всех диэлектриков, кроме сегнетоэлектриков зависит линейно от напряженности поля $\vec{E}$.

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E} \qquad (12.5)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества, величина безразмерная, ε_0 - электрическая постоянная вакуума, $\vec{E}$ - напряженность электрического поля.

5. Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов

Электрическая емкость - это физическая величина, характеризующая способность проводника к накоплению электрических зарядов на его поверхности.

$$C = \frac{q}{\varphi}; \qquad (12.7)$$

[C] = Кл/В = [Ф] (Фарад)

Электрическая емкость проводника численно равна заряду, который повышает его потенциал на единицу. Электроемкость зависит от размеров и формы проводника и не зависит от рода материала и внутренней структуры (полый или сплошной).

Конденсаторы – устройства способные накапливать заряды и затем отдавать их во внешнюю электрическую цепь. Любой конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), между которыми находится диэлектрик (рис. 89). По форме конденсаторы бывают плоские, цилиндрические и сферические. В зависимости от рода диэлектрика: воздушные, слюдяные, электролитические, бумажные и т. д.

Рис. 89

Емкость плоского конденсатора определяется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \tag{12.8}$$

где

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика,

ε_0 - электрическая постоянная вакуума,

S – площадь пластин,

d – расстояние между пластинами.

Электроемкость уединенной сферы определяется по формуле:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R \tag{12.9}$$

где R – радиус сферы.

Конденсаторы бывают постоянной и переменной емкости.

Последовательное соединение конденсаторов

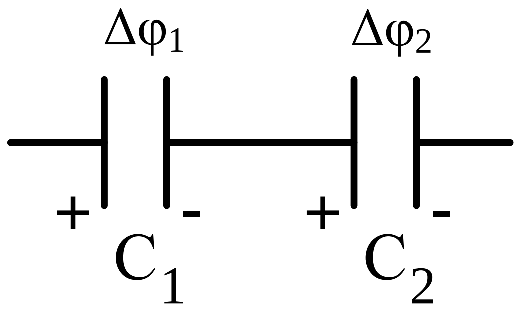


Рис. 90

При последовательном соединении конденсаторов (рис.90) заряды на их обкладках будут одинаковы: $q_1 = q_2 = q$. Суммарная разность потенциалов Δφ будет равна сумме разностей потенциалов на каждом конденсаторе:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 \qquad (12.10)$$

Известно, что $C = \dfrac{q}{\Delta\varphi}$, $\Delta\varphi = \dfrac{q}{C}$. С учетом последней формулы уравнение (12.10) перепишется в виде: $\dfrac{q}{c} = \dfrac{q}{c_1} + \dfrac{q}{c_2}$ *или* $\dfrac{q}{c} = q\left(\dfrac{1}{c_1} + \dfrac{1}{c_2}\right)$

отсюда:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad (12.11)$$

- общая емкость последовательно соединенных конденсаторов

Параллельное соединение конденсаторов

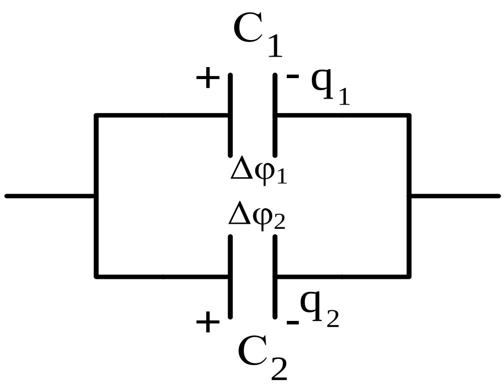


Рис. 91

Разность потенциалов Δφ на обкладках параллельно соединенных конденсаторов одинаковы (рис. 91).

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi = const$$

Общий заряд батареи будет равен сумме зарядов конденсаторов

$$q = q_1 + q_2 \qquad (12.12)$$

так как $C = \dfrac{q}{\Delta\varphi}$, то $q = C \cdot \Delta\varphi$, и уравнение (12.12) перепишется в виде:

$$C \cdot \Delta\varphi = C_1 \cdot \Delta\varphi + C_2 \cdot \Delta\varphi$$

$C = C_1 + C_2$ – общая емкость параллельно соединенных конденсаторов (12.13)

6. Энергия заряда в электрическом поле. Энергия заряженного проводника

Пусть пробный заряд q_0 внесен в электрическое поле положительного заряда q на расстояние r от него (рис. 92).

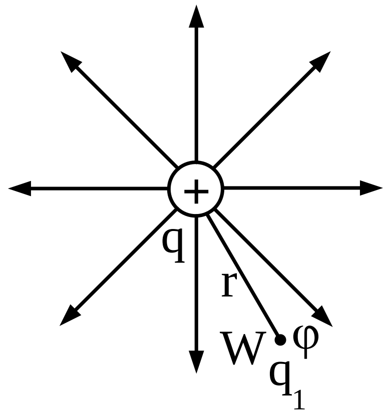


Рис. 92

Потенциал определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} \rightarrow W = q_0 \cdot \varphi$$

где q_0 – пробный заряд, φ – потенциал электрического поля в данной точке.

Известно, что потенциал точечного заряда $\varphi = k\frac{q}{r}$, тогда

$$W = k\frac{q_0 \cdot q}{r}$$

Энергия заряженного проводника

Пусть проводнику электроемкостью C сообщен заряд dq.

Работу по перемещению заряда dq выразим из формулы потенциала:

$$\varphi = \frac{dA}{dq} \rightarrow dA = \varphi dq, \text{ т.к. } dq = C \cdot \varphi \text{, то } dA = C\varphi d\varphi$$

Проинтегрировав последнее уравнение, получим формулу работы:

$$A = C\int \varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$$

$$A = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad W = \frac{C\varphi^2}{2}$$ - т. к. A = W. (12.14)

7. Энергия электрического поля конденсатора

Конденсатор, как всякий заряженный проводник обладает энергией:

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} \tag{12.14a}$$

Δφ – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \tag{12.8}$$

Подставим выражение (12.8) в выражение (12.14a):

$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\Delta\varphi^2}{2d}$, с учетом формулы (11.17) $\vec{E} = \frac{\Delta\varphi}{d} \to \Delta\varphi = \vec{E} \cdot d$

$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\vec{E}^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\vec{E}^2 d}{2}$ - энергия заряженного конденсатора. (12.16)

Введем понятие объемная плотность энергии – энергия единицы объема

$$w = \frac{w}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} E^2 \frac{V}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \text{ т.к. } S \cdot d = V \tag{12.17}$$

объемная плотность энергии, $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \overrightarrow{E^2}}{2}$

Тема № 13

«Основные законы постоянного электрического тока»

План:

1. Постоянный электрический ток. Сила тока. Ток проводимости и конвекционный ток.
2. Плотность тока. Закон Ома для участка цепи.
3. Сопротивление проводника. Удельное сопротивление. Зависимость сопротивления от температуры.
4. Последовательное и параллельное соединение проводников.
5. Закон Ома в дифференциальной форме.

1. Постоянный электрический ток. Сила тока. Ток проводимости и конвекционный ток

Электрический ток - *это направленное упорядоченное движение заряженных частиц.*

Носителями зарядов могут быть электроны или отрицательно и положительно заряженные ионы. В металлах и полупроводниках носителями зарядов являются электроны, в электролитах – ионы, в газах ионы и электроны.

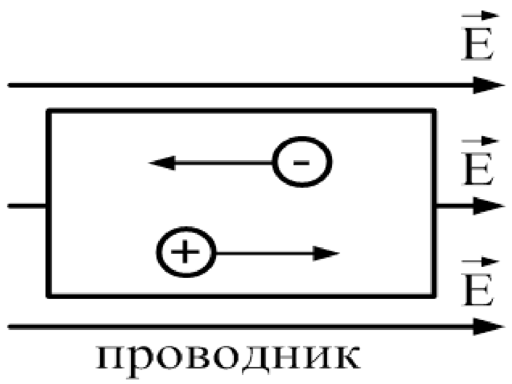


Рис. 93

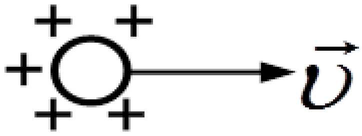


Рис. 94

Если проводник поместить в электрическое поле напряженностью $\vec{E}$ и постоянно поддерживать напряженность $\vec{E}$, то отрицательные заряды будут двигаться против силовых линий, а положительные - по полю, в проводнике возникнет ток проводимости (рис. 93).

Если же перенос электрических зарядов осуществляется при перемещении в пространстве заряженного макроскопического тела, то возникает ток, называемый *конвекционным током* (рис. 94)

Условия, необходимые для существования тока проводимости:

1. Наличие свободных зарядов,
2. Наличие электрического поля, заставляющего перемещаться эти заряды упорядоченно.

Количественной характеристикой тока служит сила тока I.

Сила тока численно равна заряду, проходящему за единицу времени через поперечное сечение проводника:

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad (13.1)$$

Ток сила и направление которого не изменяется с течением времени называется постоянным. Для I = const:

$$I = \frac{q}{t},$$

[I] = [A] – ампер – основная единица Си.

За направление силытока I принято движение от «+» к «-».

Электрический ток оказывает действия:

1. Тепловое
2. Магнитное
3. Химическое
4. Биологическое

2. Плотность тока. Закон Ома для участка цепи

Плотность тока численно равна силе тока проходящей через единицу площади расположенную перпендикулярно направлению тока.

$$j = \frac{I}{S}, \ [j] = \left[\frac{A}{м^2}\right] \quad (13.2)$$

Выразим плотность электрического тока через среднюю скорость движения заряженных частиц.

Пусть заряд свободной частицы q_0, концентрация свободных зарядов n, средняя скорость их упорядоченного движения υ, тогда за время dt, через поперечное сечение проводника S будет перенесен заряд q (13.3)

$$dq = q_0 n\langle\upsilon\rangle S dt \quad (13.3)$$

Подставив значение dq в формулу (1) получим

$$dI = \frac{q_0 n\langle\upsilon\rangle S dt}{dt} = q_0 n\langle\upsilon\rangle S \quad (13.4)$$

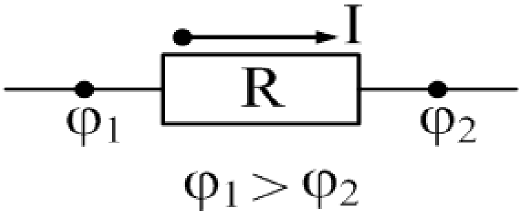
Подставив правую часть уравнения (13.4) в уравнение (13.2) получим:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{q_0 n\langle\upsilon\rangle S}{S}$$

$$j = q_0 n\langle\upsilon\rangle \text{ - плотность тока} \quad (13.5)$$

3. Сопротивление проводника. Удельное сопротивление. Зависимость сопротивления от температуры

Немецкий ученый Ом экспериментально установил, что сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику прямо пропорциональна разности потенциалов на концах проводника и обратно пропорциональна сопротивлению (рис. 95).



$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{\Delta\varphi}{R}$$

Рис. 95

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ - разность потенциалов, $\Delta\varphi = U$ – напряжение, R – сопротивление.

$$I = \frac{U}{R}$$ - ***закон Ома для участка цепи.*** (13.6)

Проводники оказывают сопротивление R проходящему току. Например, в металлах сопротивление обусловлено столкновением свободных электронов с ионами в узлах кристаллической решетки. Сопротивление проводника зависит от его размеров, формы и материала из которого он изготовлен и определяется по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad (13.7)$$

где l – длина, S – площадь поперечного сечения, ρ – удельное сопротивление.

Выразим R из закона Ома:

$$R = \frac{U}{I}, \left[Ом = \frac{В}{А} \right]$$

1 Ом это сопротивление такого проводника, по которому течет ток 1 А при напряженности 1 В на концах проводника.

Выразим ρ:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}, \ [\rho] = \left[\frac{Ом \cdot м^2}{м} \right] = [Ом \cdot м]$$

ρ – характеризует материал, из которого изготовлен или состоит проводник.

Удельное сопротивление численно равно сопротивлению куба с ребром 1 м из данного вещества, при условии, что ток течет перпендикулярно граням куба.

Зависимость сопротивления проводников от температуры определяется выражением:

$$R = R_0 (1 + \alpha t) \qquad (13.8)$$

где R – сопротивление при температуре t, R_0 – сопротивление при 0 ^{0}С, α – температурный коэффициент сопротивления.

Зависимость сопротивления металла от температуры представлена на рис. 96.

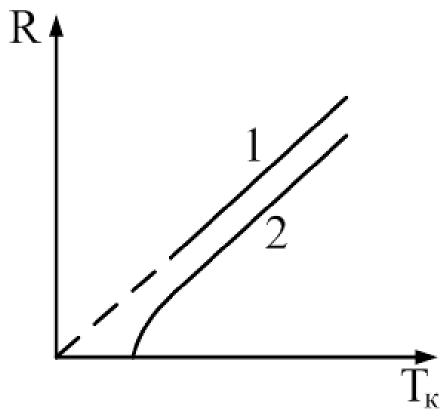


Рис. 96

У многих металлов при очень низких температурах, называемых критическими, сопротивление падает почти до 0 Ом. Это явление называется сверхпроводимостью.

В настоящее время ведется поиск высокотемпературных сверхпроводящих соединений.

4. Последовательное и параллельное соединение проводников

Последовательным называется соединение проводников, когда к концу первого подсоединяется начало второго и т. д. (рис. 97).

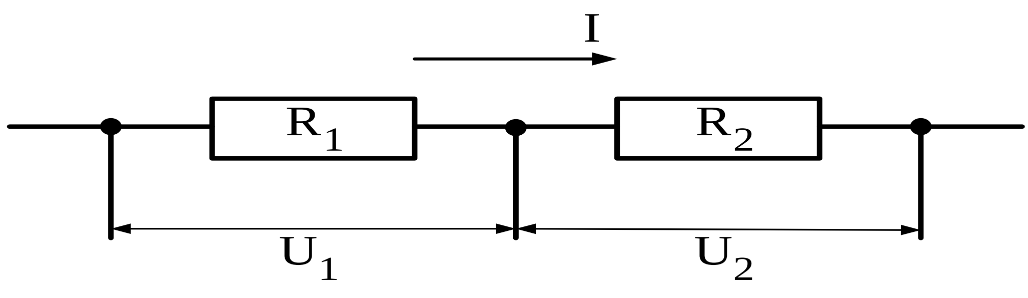


Рис. 97

При последовательном соединении проводников:

1. Ток, протекающий через все последовательно соединенные проводники одинаков: $I_1 = I_2 = I$

2. Общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных участках цепи: $U = U_1 + U_2$.

3. Выразим напряжение из закона Ома:

$$IR = IR_1 + IR_2 \quad \text{или} \quad IR = I(R_1 + R_2)$$

разделив обе части последнего уравнения на I, получим

$$R = R_1 + R_2 \text{, т.е.}$$

общее сопротивление последовательной цепи равно сумме сопротивлений отдельных ее участков.

4. Если дано n одинаковых последовательно соединенных проводников сопротивлением R, то их общее сопротивление будет равным:

$$R = R \cdot n$$

Параллельным называется соединение проводников, при котором начала проводников соединяются в один узел, а концы в другой (рис. 98).

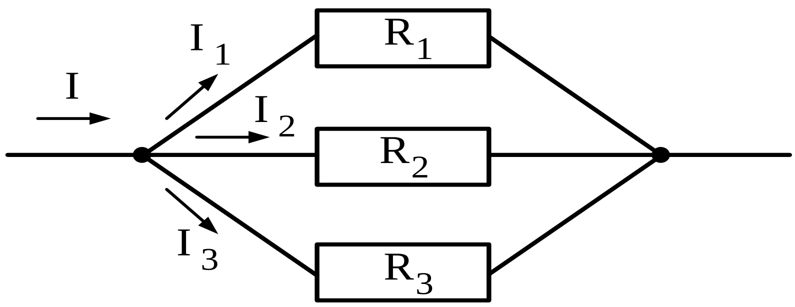


Рис. 98

1. Напряжения на всех участках параллельной цепи одинаковы: $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_3 = \Delta\varphi = U$, $U = const$.

2. Сила тока равна сумме токов в разветвлениях $I = I_1 + I_2 + I_3$.

3. Запишем последнее уравнение через закон Ома: $\dfrac{U}{R} = \dfrac{U}{R_1} + \dfrac{U}{R_2} + \dfrac{U}{R_3}$,

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \quad \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$R_0 = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (для двух параллельно соединенных проводников).

Если дано n одинаковых параллельно соединенных проводников, то:

$$R_0 = \frac{R}{n}$$

Так как напряжения одинаковы $U_1 = U_2$, то $I_1 R_1 = I_2 R_2$, то

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

т.е. сила тока в разветвлениях обратно пропорциональна их сопротивлениям.

5. Закон Ома в дифференциальной форме

Рассмотрим цилиндрический проводник сопротивлением *R*, длиной *dl* и площадью поперечного сечения *dS*, к концам которого приложено напряжение *U*. Закон Ома для этого участка запишется в виде:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Выразим напряжение *U* через напряженность $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \frac{U}{dl} \rightarrow U = \vec{E} \cdot dl$$

Сопротивление $R = \rho \dfrac{dl}{dS}$

Подставим значения U и R в закон Ома для участка цепи:

$$I = \frac{E \cdot dl \cdot dS}{\rho \cdot dl} = \frac{E \cdot dS}{\rho}$$

Разделив обе части последнего равенства на *dS* получим:

$$\frac{I}{dS} = \frac{E}{\rho}, \qquad j = \frac{1}{\rho} E$$

$j = \gamma \cdot E$ - ***закон Ома в дифференциальной форме*** (13.9) где $\gamma = \dfrac{1}{\rho}$ - удельная электрическая проводимость вещества.

Плотность электрического тока прямо пропорциональна напряженности электрического поля $\vec{E}$.

Тема № 14

«Основные законы электрических цепей постоянного тока»

План:

1. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля-Ленца.
2. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.
3. Источники тока. ЭДС источника тока. Сторонние силы.
4. Закон Ома для полной цепи.
5. Мощность тока во внешней цепи. КПД источника тока.
6. Закон Ома для неоднородного участка цепи.
7. Правила Кирхгофа.
8. Измерительные мосты постоянного тока.

1. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля-Ленца

Пусть к проводнику сопротивлением R приложена разность потенциалов Δφ = U, и за время dt через проводник пройдет заряд q. Известно, что

$$\Delta\varphi = U = \frac{A}{q} \rightarrow A = U \cdot q \qquad (14.1)$$

Так как сила тока

$$I = \frac{q}{dt} \rightarrow q = I \cdot dt \qquad (14.2)$$

то, подставив правую часть уравнения (14.2) в (14.1), получим:

$$A = UIdt \text{ ,[А] = [В·А·с] = [Дж].} \qquad (14.3)$$

Используя закон Ома для участка цепи, перепишем уравнение (14.3):

$$A = \frac{U^2}{R}dt \ (14.4) \qquad \text{или} \qquad A = I^2Rdt \qquad (14.5)$$

Мощность - это работа, совершенная в единицу времени, следовательно, с учетом уравнения (14.3) получим:

$$P = \frac{A}{dt} = \frac{UIdt}{dt} = IU \quad \text{[Р] = [В·А] = [Вт]} \qquad (14.6)$$

Исходя из формул (14.4) и (14.5) получим формулы мощности постоянного тока:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (14.7) \qquad \text{или} \quad P = I^2 R \qquad (14.8)$$

Ток оказывает тепловое действие, и количество теплоты, выделяемое в проводнике, определяется по ***закону Джоуля-Ленца***. Так как по закону сохранения энергии Q = A, то по формуле (14.5):

$$Q = I^2 R dt \qquad (14.9)$$

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению и времени.

2. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Запишем закон Джоуля-Ленца (9):

$$Q = I^2 R dt$$

Сопротивление цилиндрического проводника объемом $V = dSdl$ определяется по формуле:

$$\mathrm{R} = \rho \frac{\mathrm{dl}}{\mathrm{dS}} \qquad (14.10)$$

Плотность тока равна:

$$j = \frac{I}{dS} \rightarrow I = jdS \qquad (14.11)$$

Подставив правые части уравнений (14.10) и (14.11) в уравнение (14.9), получим:

$$Q = (jdS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt$$

$$Q = j^2 dS \rho dl dt = j^2 \rho dV dt \qquad (14.12)$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется ***удельной тепловой мощностью***:

$$w = \frac{j^2 \rho dVdt}{dVdt}$$

$$w = j^2 \rho \tag{14.13}$$

С учетом того, что $\rho = \dfrac{1}{\gamma}$ и $j = \gamma\vec{E}$ (закон Ома в дифференциальной форме), получим ***закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:***

$$w = \gamma E^2 \tag{14.14}$$

Объемная плотность энергии прямопропорциональна напряженности поля в квадрате.

3. Источники тока. ЭДС источника тока. Сторонние силы

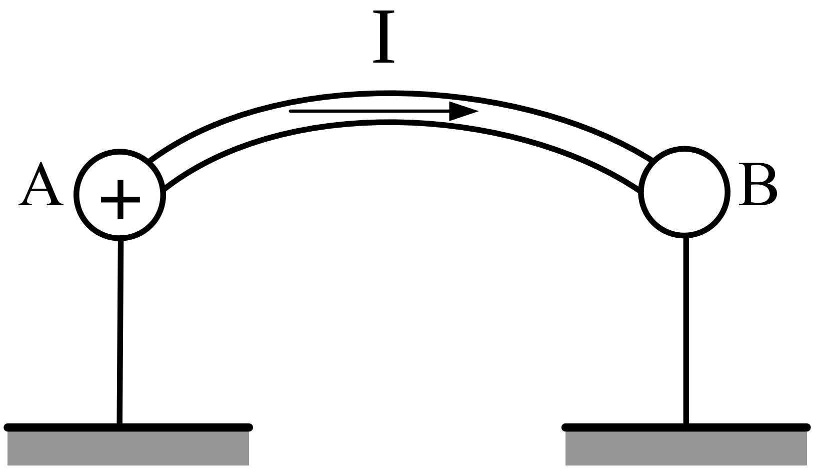


Рис. 99

Если заряженный проводник соединить с незаряженным проводником, то возникнет импульс тока, заряды перейдут на незаряженный проводник, потенциалы на проводниках А и В выравняются и ток прекратится (рис. 99).

Для поддержания в цепи постоянного тока необходимо иметь специальное устройство, внутри которого происходило бы разделение зарядов, и на полюсах создавалась разность потенциалов. Такие устройства называются *источниками тока*, а силы, под действием которых происходит разделение зарядов, называются *сторонними силами*. Это силы неэлектростатического происхождения.

Природа этих сил различна. В электрофорной машине – силы трения, в гальванических элементах разделение зарядов осуществляется силами, возникающими в результате химических реакций между электродами и электролитами, в генераторах за счет энергии магнитного поля и т. д.

Сторонние силы, перемещая заряды против силовых линий электрического поля, совершают работу.

Величина, численно равная работе по перемещению единичного положительного заряда сторонними силами называется *электродвижущей силой источника тока (ЭДС):*

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q}, [\varepsilon] = \left[\frac{Дж}{Кл}\right] = [B] \qquad 14.15)$$

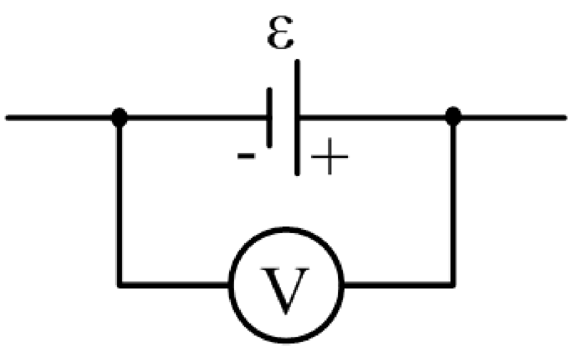


Рис. 100

Измеряется ЭДС источника тока при помощи вольтметра, подключенного к источнику тока при разомкнутой внешней цепи (рис. 100).

4. Закон Ома для полной цепи

Рассмотрим цепь, состоящую из источника тока с электродвижущей силой ε, внутренним сопротивлением r и внешним сопротивлением R (рис. 101).

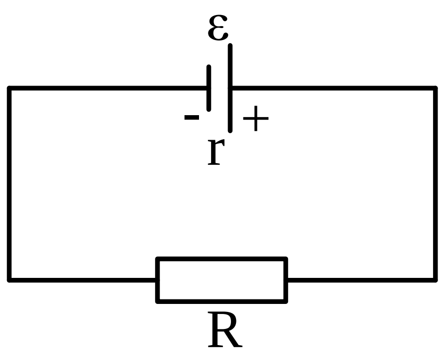


Рис. 101

Для замкнутой цепи на заряд q помимо сторонних сил действуют силы электростатического происхождения, и работа сторонних сил будет равна:

$$A_{cm} = A_1 + A'$$

где A_1 – работа на внешнем участке цепи, A' - работа на внутреннем участке цепи.

Разность потенциалов на внешнем сопротивлении R:

$$\Delta\varphi = U = \frac{A_1}{q} \rightarrow A_1 = Uq = IRq \qquad (14.16)$$

Работу на внутреннем участке определим по закону Джоуля-Ленца (14.9):

$$A' = I^2 rt$$

ЭДС источника тока в соответствии с формулой (14.15) равна:

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q} = \frac{A_1 + A'}{q} = \frac{A_1}{q} + \frac{A'}{q} \qquad (14.17)$$

Подставив правые части уравнений (14.16) и (14.9) в уравнение (14.17) получим:

$$\varepsilon = \frac{IRq}{q} + \frac{I^2 rt}{It} = IR + Ir$$

то есть

$$\varepsilon = I(R + r) \qquad (14.18)$$

Выразив из формулы силу тока I, получим ***закон Ома для замкнутой цепи:***

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \qquad (14.19)$$

Сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.

Перепишем уравнение (14.18), используя закон Ома для участка цепи:

$$\varepsilon = I(R + r) = IR + Ir = U_R + U_r$$

ЭДС источника тока будет равна сумме напряжений на внешнем и внутреннем участках цепи.

5. Мощность тока во внешней цепи. КПД источника тока

Выразим работу, совершаемую источником тока из формулы (14.15):

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q} \to A_{ст} = \varepsilon q$$

так как $I = \frac{q}{t}$, то $q = I \cdot t$

Подставив значение q в формулу работы, получим:

$$A_{ст} = \varepsilon \cdot I \cdot t \qquad (14.20)$$

Мощность тока определяется по формуле: $P = \frac{A_{ст}}{t} = \frac{\varepsilon It}{t} = \varepsilon I$

Подставив значение силы тока $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, получим выражение для мощности источника тока (полной мощности):

$$P = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon^2}{R + r} \qquad (14.21)$$

Полезная мощность $P_П$ на участке R определяется по формуле:

$$P_П = IU = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \qquad (14.22)$$

Коэффициент полезного действия источника тока равен:

$$\eta = \frac{P_П}{P} = \frac{\varepsilon^2 R(R + r)}{(R + r)^2 \varepsilon^2}$$

$$\eta = \frac{R}{R + r} \qquad (14.23)$$

Где R – внешнее сопротивление, а r – внутреннее сопротивление источника тока.

6. Закон Ома для неоднородного участка цепи

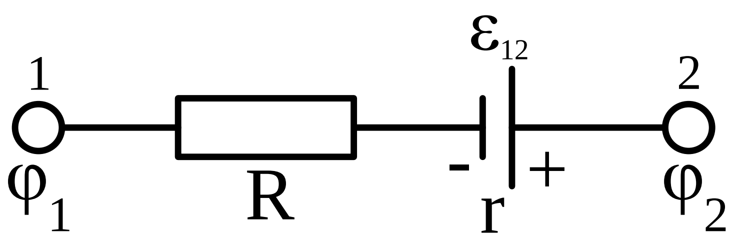


Рис. 102

Рассмотрим неоднородный участок, на котором действует ЭДС $\varepsilon_{1\text{-}2}$, а к концам участка 1-2 приложена разность потенциалов φ_1-φ_2 (рис. 102). Если ток проходит по неподвижным проводникам, то согласно закону сохранения и превращения энергии работа внешних сил (сторонних и электростатических) равна теплоте, выделяющейся на этом участке.

$dA_{1-2} = A_{ст} + A_{эл}\,, \varepsilon = \dfrac{A_{ст}}{q} \to A_{ст} = \varepsilon_{1-2} \cdot q$ - работа сторонних сил.

$\Delta\varphi = \dfrac{A_{эл}}{q} \to A_{эл} = \Delta\varphi \cdot q = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$ - работа электрических сил.

$$dA_{1-2} = q\varepsilon_{1-2} + q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\left[\varepsilon_{1-2} + (\varphi_1 - \varphi_2)\right]$$

Количество выделяющейся теплоты определим по закону Джоуля -Ленца:

$$dQ = I^2 Rdt = IR(Idt) = IRq$$

По закону сохранения и превращения энергии $dA_{1-2} = dQ$, то

$$\varepsilon_{1-2} + (\varphi_1 - \varphi_2) = IR \to I = \frac{\varepsilon_{1-2} + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R}$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме:

$$I = \frac{\varepsilon_{1-2} + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R} \qquad (14.24)$$

Рассмотрим следующие частные случаи:

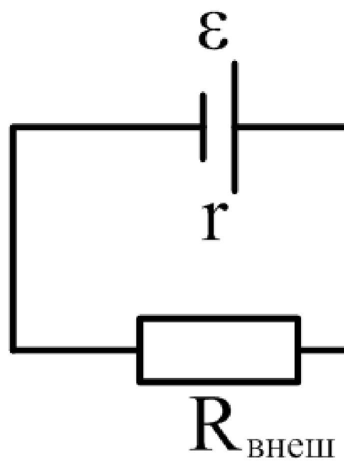


Рис. 103

а) $\varepsilon_{1-2} = 0$; $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ - закон Ома для участка цепи.

б) Если цепь замкнута (рис. 103), то $\varphi_1 = \varphi_2, \varphi_1 - \varphi_2 = 0$.

$$I = \frac{\varepsilon_{1-2}}{R},$$

где ε_{1-2} – ЭДС, действующая в цепи, $R = r + R_{внеш}$;

r – внутреннее сопротивление источника тока;

$R_{внеш}$ – внешнее сопротивление цепи.

7. Правила Кирхгофа

При расчете электрических цепей часто используют правила Кирхгофа. При этом выполняются следующие основные определения и условия:

1. Узлом электрической цепи называют точку, в которой сходится не менее трех проводников.

2. Токи, входящие в узел, считаются положительными, а выходящие - отрицательными (рис. 104).

Первое правило Кирхгофа.

$$I_3 - I_2 - I_1 - I_4 = 0,\ I_3 = I_2 + I_1 + I_4;\ \sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле равна нулю.

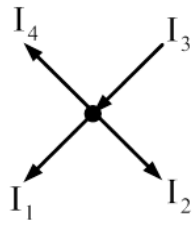


Рис. 104

Второе правило Кирхгофа.

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{n} I_i R_i$$

В замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления (падений напряжения) соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме ЭДС данного контура.

Решение задач на расчет параметров электрических цепей постоянного тока с использованием правил Кирхгофа следует выполнять в следующей последовательности.

1. Выбрать направления токов.
2. Выбрать направление обхода контура.
3. При переходе с «–» на «+» внутри источника тока ЭДС принимается со знаком «+», в противном случае – со знаком «–».
4. Если направление обхода контура совпадает с направлением тока, то знак падения напряжения на внешнем сопротивлении IR принимается со знаком «+», в противном случае – со знаком «–».

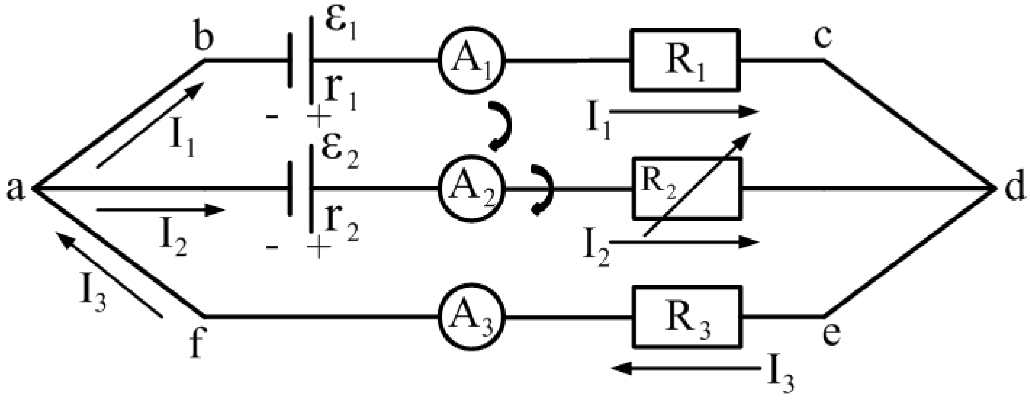


Рис. 105

Запишем правило Кирхгофа для контура abcda (рис. 105)

$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 r_1 + I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_2 r_2$

Для контура abcdefa: $\varepsilon_1 = I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3$

8. Измерительные мосты постоянного тока

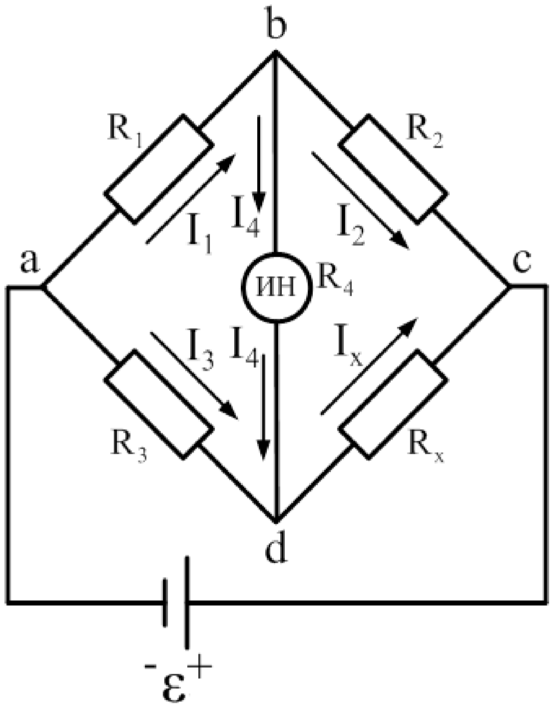


Рис. 106

Запишем первое правило Кирхгофа для узлов b и а (рис. 106).

Узел b: $I_1 - I_4 - I_2 = 0$, узел d: $I_3 + I_4 - I_x = 0$

Запишем второе правило Кирхгофа для контуров abda и bcdb.

abda: $I_1 R_1 + I_4 R_4 - I_3 R_3 = 0$

bcdb: $I_2 R_2 + I_x R_x - I_4 R_4 = 0$

При сбалансированном мосте $\varphi_b = \varphi_d$, $I_{инд} = 0$

С учетом этого $I_1 = I_2$, $I_3 = I_x$, $I_1 R_1 = I_3 R_3$, $I_2 R_2 = I_x R_x$

После преобразований полученных уравнений получим выражения:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} \rightarrow R_x R_1 = R_2 R_3 \rightarrow R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3$$

Чаще всего при измерении сопротивлений

$R_2 = R_1$, тогда $R_x = R_3$

Тема № 15

«Электрический ток в различных средах»

План:

1. Электрический ток в металлах. Закон Ома для металлов.
2. Электрический ток в электролитах. Электролиз.
3. Законы Фарадея. Электрохимический коэффициент.
4. Закон Ома для электролитов.

1. Электрический ток в металлах. Закон Ома для металлов

Согласно классической теории проводимости металлы представляют собой кристаллическую решетку, в узлах которой располагаются ионы и движутся свободные электроны. Существование последних объясняется тем, что при образовании кристаллической решетки валентные электроны, наиболее слабо связанные с атомом, отрываются от него и становятся свободными, образуя так называемый электронный газ, который обладает всеми свойствами идеального газа. Средняя скорость теплового движения электронов $U \approx 1{,}08 \cdot 10^5$ м/с . Это хаотичное беспорядочное движение.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник, возникает упорядоченное движение электронов.

Электрический ток в металлах - *это упорядоченное движение электронов.*

Средняя скорость упорядоченного движения электронов равна $\langle \overline{\upsilon} \rangle = 7{,}8 \cdot 10^{-4}\, м/с$, то есть $\langle \overline{\upsilon} \rangle << \langle \mathrm{U} \rangle$. Это не значит, что электрический ток по цепи распространяется с такой скоростью. Электрический ток распространяется со скоростью распространения электромагнитных волн вдоль проводника, т.е. со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8\, м/с$.

Плотность электрического тока определяется по формуле

$$j = en\langle \upsilon \rangle \qquad (15.1)$$

Найдем среднюю скорость упорядоченного движения электронов.

Со стороны электрического поля напряженностью $\vec{E}$ на электрон (е) действует сила $\vec{F}$, которая может быть определена из формулы напряженности электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}}{e} \rightarrow \vec{F} = \vec{E} \cdot e \qquad (15.2)$$

Под действием силы $\vec{F}$ электрон приобретает ускорение:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e \cdot \vec{E}}{m} \qquad (15.3)$$

Скорость при ускоренном движении:

$$\vec{\upsilon} = \vec{a}\langle t\rangle \qquad (15.4)$$

где $\langle t\rangle$ - среднее время между двумя последовательными соударениями электрона с ионами. Подставив правую часть уравнения (15.3) в уравнение (15.4), получим:

$$\vec{\upsilon} = \frac{e \cdot \vec{E}}{m}\langle t\rangle \qquad (15.5)$$

Согласно теории Друде при столкновении электрона с ионом, он полностью передает иону свою энергию, и его скорость становится равной нулю. Следовательно, средняя скорость движения электрона:

$$\langle \upsilon\rangle = \frac{(\upsilon + 0)}{2} = \frac{e \cdot E}{2m}\langle t\rangle \qquad (15.6)$$

Найдем среднее время $\langle t\rangle$ по формуле:

$$\langle t\rangle = \frac{\lambda}{\langle \upsilon\rangle + \langle U\rangle} \qquad (15.7)$$

Так как $\langle \upsilon\rangle << \langle \mathrm{U}\rangle$, то $\langle \upsilon\rangle$ можно пренебречь, и уравнение (15.7) перепишется в виде:

$$\langle t\rangle = \frac{\lambda}{\langle U\rangle} \qquad (15.8)$$

где λ – длина свободного пробега электрона.

Подставим правую часть уравнения (15.8) в уравнение (15.6):

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{e \cdot E \cdot \lambda}{2m\langle U \rangle}\langle t \rangle . \qquad (15.9)$$

Подставим значение $\langle \upsilon \rangle$ из уравнения (15.9) в уравнение (15.1):

$$j = en\frac{e\lambda}{2m\langle U \rangle}E \qquad (15.10)$$

или

$$j = \frac{ne^2\lambda}{2m\langle U \rangle}E \qquad (15.11)$$

Так как величина $\frac{ne^2\lambda}{2m\langle U \rangle} = \gamma$, то, с учетом последнего уравнения уравнение (15.11) перепишется в виде:

$$j = \gamma\vec{E} \text{ -} \qquad (15.12)$$

закон Ома для металлов (закон Ома в дифференциальной форме)

2. Электрический ток в электролитах. Электролиз

Электролитами называются вещества, растворы и расплавы которых проводят электрический ток, к ним относятся соли, кислота, щелочи. Носителями зарядов в электролитах являются отрицательно и положительно заряженные ионы.

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника тока, сосуда с дистиллированной водой, в которую опущено два электрода и лампочки (рис. 107).

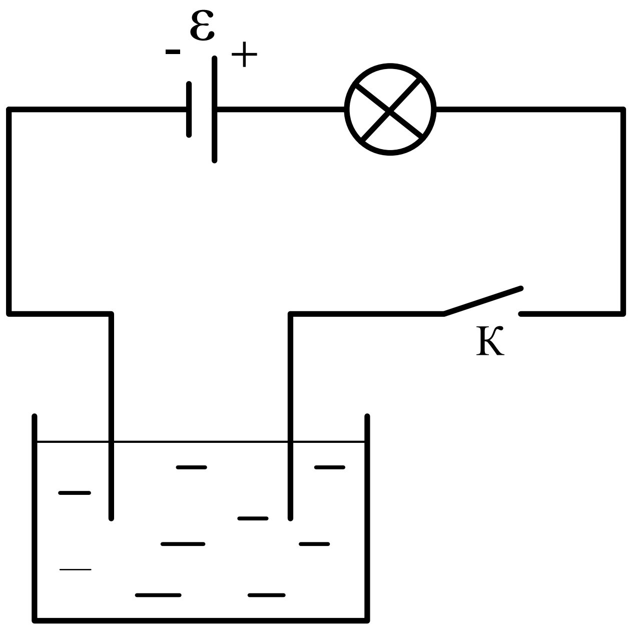


Рис. 107

Замкнем ключ К, лампочка не загорится, так как тока в цепи нет, дистиллированная вода – изолятор. Добавим в воду щепотку соли (NaCl), под действием полярных молекул воды, молекула соли разрывается на два иона, положительный Na^+ и отрицательный Cl^- (рис.108), лампочка загорается.

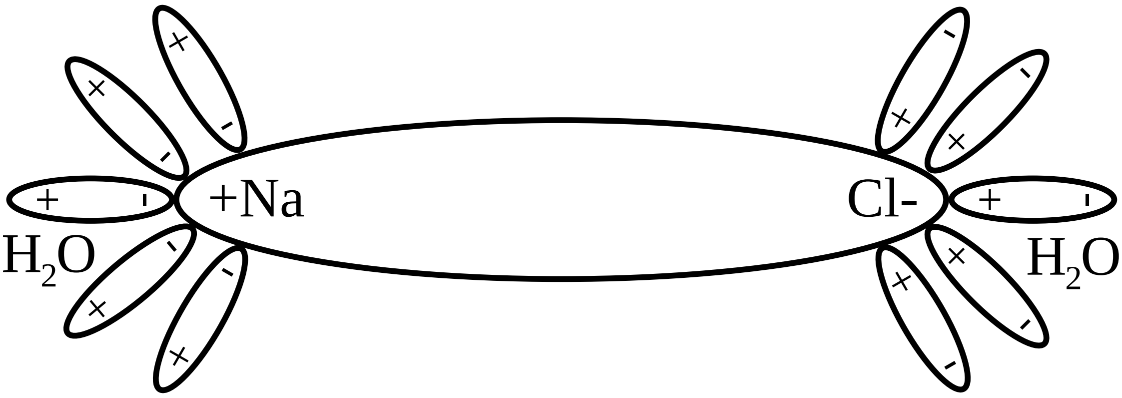


Рис. 108

Этот процесс называется ***диссоциацией*** и *характеризуется коэффициентом диссоциации α*:

$$\alpha = \frac{n}{n_0},$$

где n – концентрация ионов, n_0 – концентрация недиссоциированных молекул вещества.

Электрический ток в электролитах - это направленное упорядоченное движение ионов.

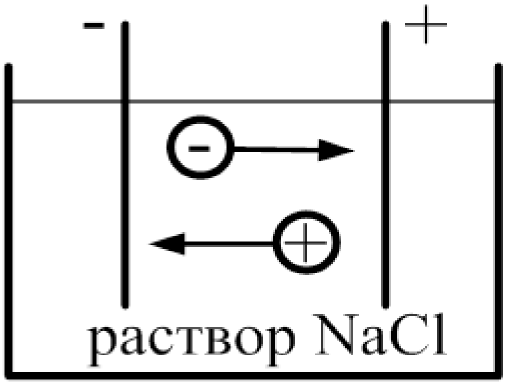


Рис. 109

Подходя к электронам, ионы нейтрализуются и выделяются в виде вещества (рис.109).

Явление выделения вещества на электродах при прохождении постоянного электрического тока через электролит называется ***электролизом***.

3. Законы Фарадея. Электрохимический коэффициент

Исследованием электролиза занимался английский ученый Фарадей.

Первый закон Фарадея:

Количество вещества, выделившегося на электроде прямо пропорционально заряду, прошедшему через электролит:

$$m = k \cdot q \tag{15.13}$$

Так как

$q = I \cdot t$, то $m = k \cdot I \cdot t$, где m – масса, q – заряд, k – электрохимический коэффициент.

Выразим k из формулы (15.13):

$$k = \frac{m}{q} \qquad [k] = \left[\frac{кг}{Кл}\right] \tag{15.14}$$

Электрохимический коэффициент численно равен массе вещества, выделившейся на электроде при прохождении заряда в 1 Кл.

Второй закон Фарадея.

Данный закон устанавливает зависимость между электрохимическим и химическим коэффициентами.

$x = \frac{A}{n}$ - химический коэффициент, А – атомная масса, n – валентность.

Фарадей установил, что:

Отношение электрохимического коэффициента (k) к химическому (x) есть величина постоянная:

$$\frac{k}{x} = \frac{1}{F} \tag{15.15}$$

где F = 96500 Кл/моль – постоянная Фарадея.

Обобщенный закон Фарадея.

Выразим из 2-го закона Фарадея (15.15) электрохимический коэффициент:

$$k = \frac{1}{F}x \tag{15.16}$$

и подставим его значение в первый закон Фарадея (15.14):

$$m = k{\cdot}q \quad \text{или} \quad k = \frac{1}{F}x \cdot q\,. \tag{15.17}$$

Так как $\mathrm{x} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{n}}$, $q = I{\cdot}t$, то уравнение (15.17) перепишется в виде:

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}I \cdot t \quad \text{– обобщенный закон Фарадея} \tag{15.18}$$

4. Закон Ома для электролитов

Общая плотность тока в электролитах будет складываться из плотности тока, создаваемой «+» и «–» ионами:

$$j = j_{+} + j \tag{15.19}$$

Плотность тока определяется через скорость движения:

$$j = q_0 n\upsilon \tag{15.20}$$

где q_0 – заряд, переносимый одним ионом, n – число ионов.

$$n = \alpha \cdot n_0 \tag{15.21}$$

где n_0 – концентрация.

Скорость ионов, отнесенная к напряженности электрического поля, называется *подвижностью ионов* (U):

$$U = \frac{\vec{\upsilon}}{\vec{E}} \tag{15.22}$$

Выразим $\vec{\upsilon}$ из уравнения (15.22):

$$\vec{\upsilon} = U \cdot \vec{E} \tag{15.23}$$

Правые части уравнений (15.21) и (15.23) подставим в уравнение (15.20), получим

$$j = q_0 \alpha n_0 U E \tag{15.24}$$

с учетом уравнения (15.24) уравнение (15.19) перепишется в виде:

$$j = q_0 \alpha n_0 U_+ \vec{E} + q_0 \alpha n_0 U_- \vec{E}$$

$j = q_0 \alpha n_0 (U_+ + U_-) \vec{E}$ – ***закон Ома для электролитов.*** (15.25)

Так как выражение $q_0 \alpha n_0 (U_+ + U_-) \vec{E} = \gamma$ – удельная электропроводность, то уравнение (15.25) перепишется в виде:

$$j = \gamma \vec{E}$$

Проводимость электролитов зависит пропорционально температуре, так как при повышении температуры возрастает подвижность ионов.

Тема № 16

«Магнитное поле постоянного тока»

План:

1. Магнитное поле и его характеристики. Напряженность и индукция.
2. Закон Био-Савара-Лапласа.
3. Магнитное поле кругового тока.

1. Магнитное поле и его характеристики. Напряженность и индукция

В 1820 году Ампером было открыто явление:

Если магнитную стрелку расположить рядом с проводником, по которому течет электрический ток, то при изменении направления тока стрелка поворачивается на 180^0 (рис. 110).

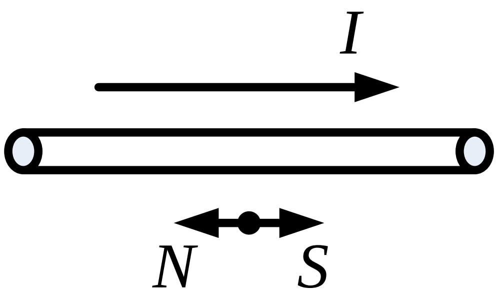


Рис. 110

В это же время был проведен опыт с двумя длинными проводниками с током (рис. 111).

Если токи текли в одну сторону проводники притягивались, если в разные стороны, то отталкивались. То есть вокруг движущихся зарядов возникает силовое поле, которое называется *магнитным*.

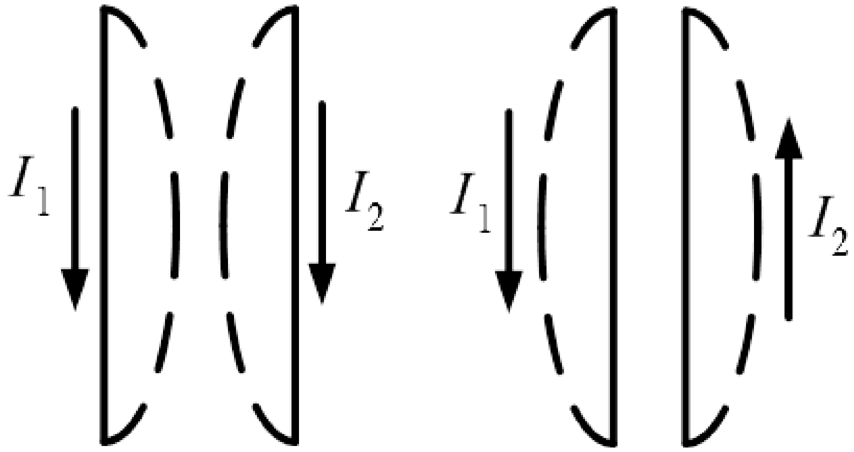


Рис. 111

По аналогии с законом Кулона силу взаимодействия между проводниками с током можно определить по формуле:

$$\vec{F} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2},\ \vec{F} = k\frac{I_1 dl_1 \cdot I_2 dl_2}{r^2}, \qquad (16.1)$$

где I dl – элемент тока, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ - коэффициент пропорциональности.

Исследуется магнитное поле при помощи рамки с током малых размеров (рис. 112). Для плоского контура с током I магнитный момент рамки с током:

$$\vec{P}_m = IS\vec{n} \qquad (16.2)$$

S – площадь рамки, I - сила тока, n – единичный вектор нормали к поверхности рамки.

Направление $\vec{P}_m$совпадает с n. Рамка всегда располагается так, что $n \perp S$. Если рамку помещать в магнитное поле под различными углами к вектору индукции $\vec{B}$, то моменты сил $\vec{M}$ будут разными.

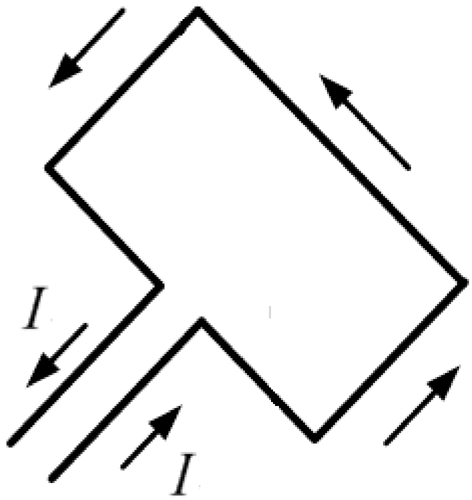


Рис.112

Если рамку расположить параллельно линиям, то момент вращающий рамку будет максимальным.

$$\overrightarrow{M}_{\max} = \vec{P}_m \vec{B} \rightarrow \mathrm{B} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{M}}_{\max}}{\mathrm{I} \cdot \mathrm{S} \cdot \mathrm{n}}$$

$$\vec{B} = \frac{\overrightarrow{M}_{\max}}{P_m} \text{ - магнитная индукция} \qquad (16.3)$$

$$\vec{B} = \frac{\overrightarrow{M}_{\max}}{I \cdot S}, \qquad [B] = \left[\frac{H \cdot м}{м^2 \cdot A}\right] = \left[\frac{H}{A \cdot м}\right] = [Тл]$$

Магнитное поле кроме $\vec{B}$- индукции, характеризуется и $\vec{H}$ - напряженность, которая связана с индукцией формулой

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \qquad (16.4)$$

μ – магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0} \text{ - напряженность магнитного поля.} \qquad (16.5)$$

Величина напряженности магнитного поля Н не зависит от свойств среды. [Н] = [А/м].

2. Закон Био-Савара-Лапласа

Закон Био-Савара-Лапласа установлен экспериментально и позволяет рассчитывать напряженность магнитных полей, создаваемых проводниками с током различной формы. Пусть дан прямой проводник с током I (рис. 113). Выделим элементарный участок dl. В точке А напряженность $\vec{H}$ магнитного поля определяется по формуле:

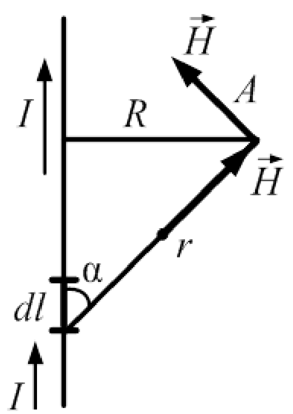


Рис. 113

$$dH = \frac{I \cdot dl}{4\pi r^2} \sin\alpha \qquad (16.6)$$

где I dl – элемент тока, r – расстояние от элемента тока до точки А, α – угол между элементом тока и направлением на точку А.

$$\sin\alpha = \frac{R}{r}$$

При расчете напряженности, создаваемой проводником конечной длинны, проводится суммирование и на основании принципа суперпозиции полей:

$$H = \sum_{i=1}^{n} H_i\ . \qquad (16.7)$$

$$B = \mu\mu_0 \frac{I \cdot dl}{4\pi r^2}\sin\alpha \qquad (16.8)$$

- ***индукция магнитного поля***.

3. Магнитное поле кругового тока

Магнитное поле в центре кругового тока.

По закону Био-Савара-Лапласа

$$dH = \frac{I \cdot dl}{4\pi r^2}\sin\alpha \text{ (1), } \sin 90^0 = 1.$$

$$dH = \frac{I \cdot dl}{4\pi r^2}$$

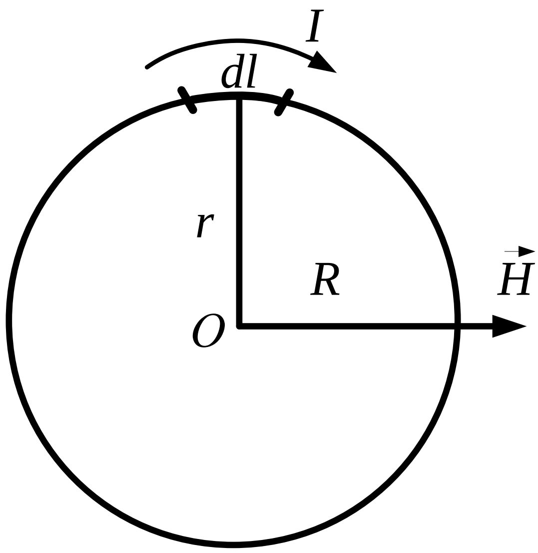


Рис. 114

Для нахождения полной напряженности, в центре кругового тока проинтегрируем выражение (16.2)

$$H = \int \frac{Idl}{4\pi r^2} = \frac{I}{4\pi r^2} \int dl = \frac{I 2\pi R^2}{4\pi R^2} = \frac{I}{2R}$$

$$H = \frac{I}{2R} \tag{16.9}$$

- напряженность в центре кругового тока (рис. 114).

Тема № 17

«Основы электромагнетизма»

План:

1. Закон Ампера.
2. Сила Лоренца.
3. Поток магнитной индукции.
4. Работа по перемещению проводника в магнитном поле.
5. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея.
6. Энергия магнитного поля.
7. Уравнения Максвелла.

1. Закон Ампера

Ампер установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника *dl* с током I, пропорциональна, силе тока и векторному произведению элемента длины *dl* проводника на магнитную индукцию $\vec{B}$.

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right]. \quad (17.1)$$

Направление определяется *правилом левой руки*:

Левую руку необходимо расположить так, чтобы перпендикулярная составляющая $\vec{B}$ *входила в ладонь, 4 пальца направлены по направлению тока, тогда отогнутый на* 90^0 *большой палец покажет направление силы Ампера* (рис. 115).

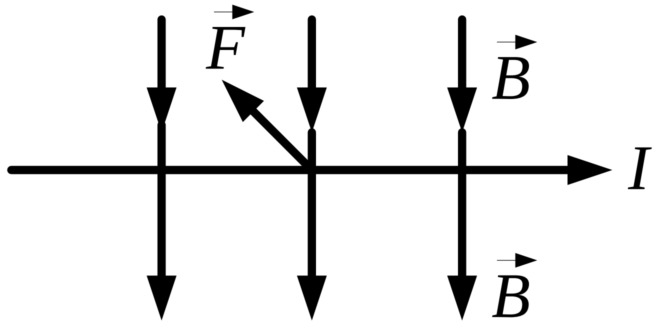


Рис. 115

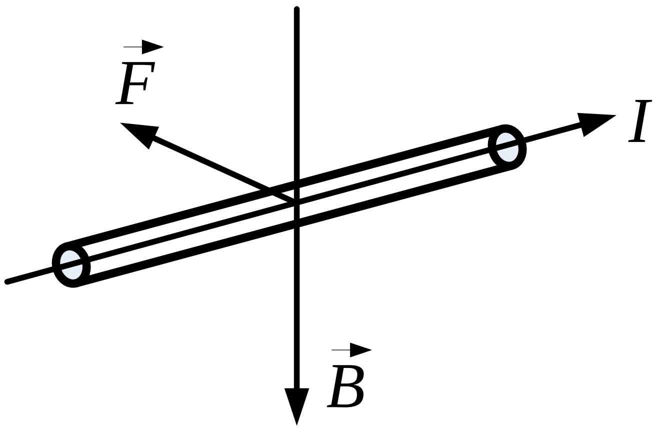


Рис. 116

Модуль силы Ампера определяется по формуле

$$F = IBl\sin\alpha \tag{17.2}$$

где α угол между I и B (рис. 116).

2. Сила Лоренца

Возникновение силы Ампера связано с тем, что магнитное поле действует на заряженные частицы, движущиеся со скоростью $\vec{\upsilon}$.

Сила, действующая на движущийся заряд в магнитном поле, называется силой Лоренца. Вектор данной силы определяется выражением:

$$\vec{F} = q\left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right], \tag{17.3}$$

где q – заряд частицы; $\vec{B}-$ индукция магнитного поля, а модуль силы по формуле:

$$\vec{F} = q \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \vec{\upsilon} \cdot \sin\alpha\ , \tag{17.4}$$

где α – угол между $\vec{B}$ и $\vec{\upsilon}$.

Сила Лоренца выполняет роль центростремительной силы: $F_л = F_ц$, α = 90^0.

Центростремительная сила – $\vec{F}_ц = m\vec{a}_ц = m\dfrac{\upsilon^2}{R}$,

где $\vec{a}_ц -$ центростремительное ускорение

Если векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу, то

$$F_{Л} = q \cdot B \cdot \upsilon, \ \sin 90^0 = 1$$

$$R \cdot q \cdot B \cdot \upsilon = m \cdot \upsilon^2$$

$$R = \frac{m \cdot \vec{\upsilon}}{q \cdot B} \quad - \qquad (17.5)$$

радиус окружности, являющейся траекторией движения заряженной частицы в магнитном поле.

При $0 < \alpha < 90^0$ траекторией движения частицы является спираль.

Так как $\vec{F}_{Л} \perp \vec{\upsilon}$, то сила Лоренца работы не совершает и кинетическую энергию частицы не изменяет.

3. Поток магнитной индукции

Выберем поверхность, в пределах которой магнитное поле однородно (рис. 117).

Физическая величина, значение которой определяет число линий магнитной индукции, пронизывающих данную поверхность площадью S, называется ***потоком вектора магнитной индукции Ф***:

$$\varPhi = \vec{B}_{\perp} S, \ \cos\alpha = \frac{\vec{B}_{\perp}}{\vec{B}} \rightarrow \vec{B}_{\perp} = \vec{B}\cos\alpha,$$

$$\varPhi = \vec{B} \cdot S \cdot \cos\alpha, \ [\Phi] = [Тл \cdot м^2] = [Вб] \qquad (17.6)$$

Где α - угол между вектором индукции $\vec{B}$ и перпендикуляром к площадке S. При угле между поверхностью S и вектором индукции $\vec{B}$

$$\sin\beta = \frac{\vec{B}_{\perp}}{\vec{B}} \rightarrow \vec{B}_{\perp} = \vec{B} \cdot \sin\beta$$

$$\varPhi = \vec{B} \cdot S \cdot \sin\beta$$

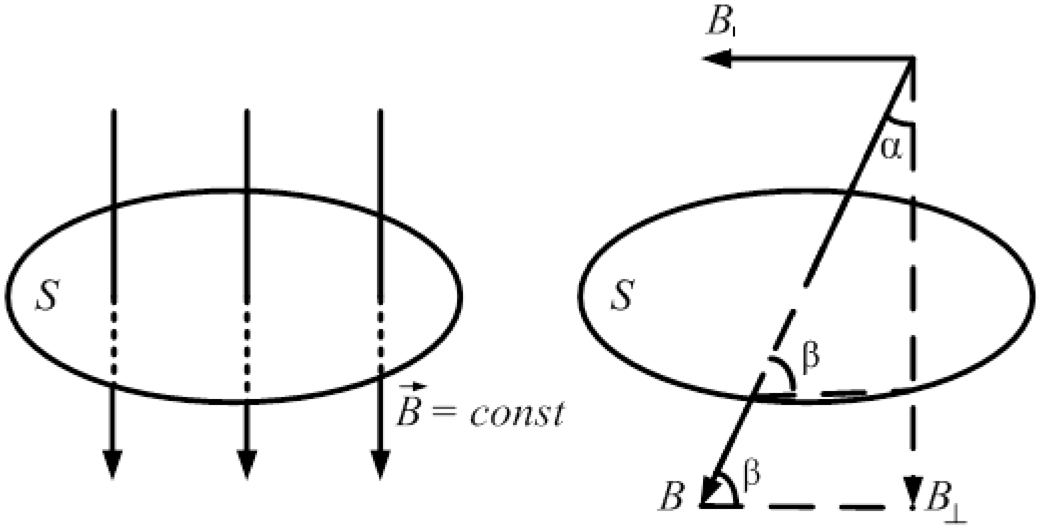


Рис. 117

4. Работа по перемещению проводника в магнитном поле

Если проводник с током, помещенный в магнитное поле не закреплен, то он будет перемещаться под действием приложенной силы $\vec{F}$ (рис. 118).

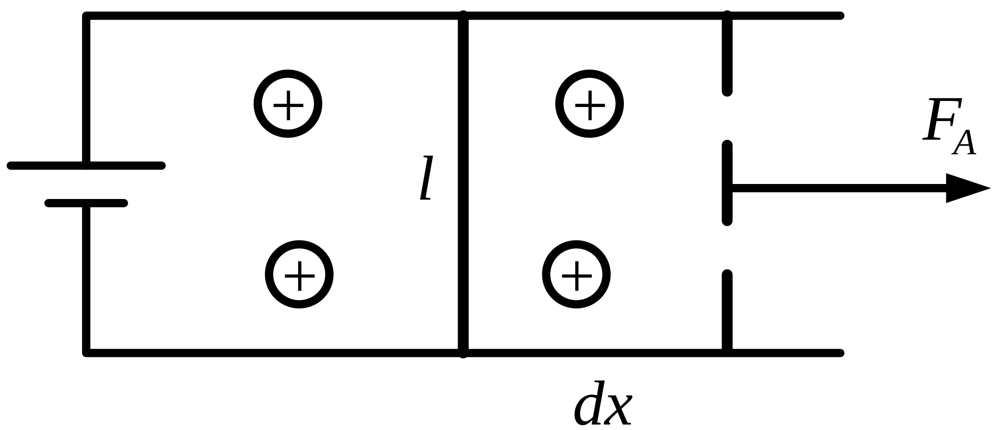


Рис. 118

Проводник длиной *l*, переместится в магнитном поле под действием силы $\vec{F}$ на расстояние *dx*, при этом будет совершена работа:

$$A = \vec{F} \cdot dx, \quad A = I \cdot \vec{B} \cdot l \cdot dx$$

Так как $l \cdot dx = dS$ - площадь, охватываемая проводником при перемещении на расстояние dx, то:

$$A = I \cdot \vec{B} \cdot dS$$

где $\vec{B} \cdot dS = d\vec{\Phi}$ - изменение магнитного потока внешнего поля при перемещении на величину dx. С учетом этого, окончательное выражение для работы, совершаемой при перемещении проводника в магнитном поле примет вид: $A = I \cdot d\vec{\Phi}$.

Интегрируя последнее выражение, получим, что работа по перемещению проводника в магнитном поле на произвольное расстояние Δx будет определяться выражением:

$$A = I \cdot \Delta\vec{\Phi} \qquad (17.7)$$

где $\Delta\Phi$ - магнитный поток, пересеченный проводником.

5. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея

М. Фарадей 15 лет пытался при помощи магнитного поля заставить направленно двигаться электрические заряды, т. е. получить электрический ток. В конце концов, он проделал опыт с катушкой, подключенной к чувствительному гальванометру (рис. 119). При внесении магнита стрелка гальванометра отклонялась в одну сторону, а при вынесении - в другую, регистрируя электрический ток в цепи.

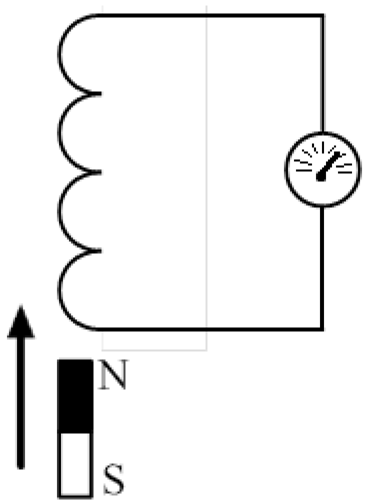


Рис. 119

Второй опыт был проделан с двумя катушками, одна из которых была через ключ К подключена к источнику тока, а вторая к гальванометру (рис.

120). При замыкании и размыкании ключа К гальванометр регистрировал электрический ток в цепи. Если магнит покоился, то ток в цепи был равен нулю.

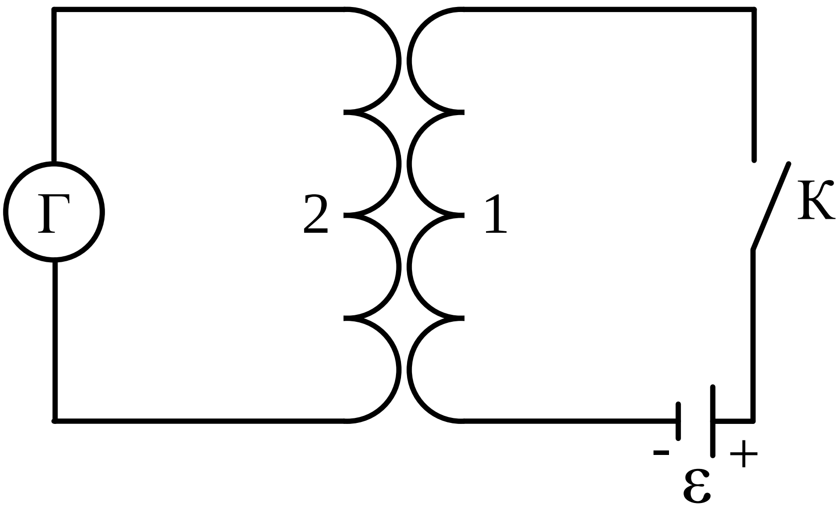


Рис. 120

На основе этих опытов М. Фарадей пришел к выводу:

во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром возникает электрический ток. Это явление получило название *электромагнитной индукции*, возникающий ток назвали *индукционным током*, а возникающая ЭДС – *ЭДС индукции*. М. Фарадей также установил, что сила *индукционного тока была прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего замкнутый проводящий контур*:

$$I \sim \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}} \ .$$

Данное утверждение получило название ***закона электромагнитной индукции.***

Математическое выражение данного закона имеет вид:

$$I = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}} \,. \qquad (17.8)$$

Ток I имеет положительное значение при убывании магнитного потока, когда $\Phi_2 \langle \Phi_1$

Знак минус в этом выражении определяется *правилом Ленца:*
Возникающий в замкнутом проводящем контуре индукционный ток всегда имеет такое направление, чтобы его магнитное поле противодействовало бы изменению внешнего магнитного поля, вызывающего данный ток.

6. Энергия магнитного поля

Рассмотрим контур индуктивностью L по которому течет ток I. Известно, что вокруг движущихся зарядов возникает магнитное поле. Часть энергии электрического тока идет на создание этого магнитного поля, энергию которого можно приравнять к работе, совершаемой током.

$$W = A \qquad (17.9)$$

Значение магнитного потока Ф прямо пропорционально силе тока в проводнике:

$$\Phi = L \cdot I \qquad (17.10),$$

а изменение магнитного потока

$$d\Phi = L \cdot dI \qquad (17.11)$$

Совершаемая при этом работа определяется по формуле:

$$dA = I \cdot d\Phi \qquad (17.12)$$

Подставим значение dФ из формулы (17.11) в уравнение (17.12):

$$dA = L \cdot I \cdot dI \qquad (17.13)$$

Для нахождения общей работы по созданию магнитного потока Ф проинтегрируем уравнение (17.13):

$$A = L\int_0^1 I \cdot dI = \frac{L \cdot I^2}{2}.$$

С учетом уравнения (1) получим:

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2} \text{ -} \qquad (17.14)$$

энергия магнитного поля.

7. Уравнения Максвелла

Уравнения Максвелла — наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как и законы Ньютона в механике. Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое *электромагнитное поле*.

В основе *теории Максвелла* лежат следующие основные уравнения электродинамики:

1. Электрическое поле может быть как потенциальным (E_Q), так и вихревым (E_B), поэтому напряженность суммарного поля: $E = E_Q + E_B$ Циркуляция вектора напряженности суммарного поля определяется выражением:

$$\oint_L \vec{E} \cdot dl = -\int_s \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot dS \qquad (17.15)$$

Данное уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды $\left(\vec{E} \cdot dl\right)$, но и изменяющиеся во времени магнитные поля $\left(\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot dS\right)$.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля:

$$\oint_L \vec{H} \cdot dl = \int_s \left(j + \frac{dD}{dt}\right) \cdot dS \qquad (17.16)$$

Данное уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами - электрическими токами $(j \cdot dS)$, либо переменными электрическими полями $\left(\frac{dD}{dt} \cdot dS\right)$.

3. Теорема Гаусса для электрического смещения:

$$\oint_{s} D \cdot dS = Q \tag{17.17}$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, то уравнение (17.17) запишется в виде:

$$\oint_{s} D \cdot dS = \int_{V} \rho \cdot dV \tag{17.18}$$

4. Теорема Гаусса для магнитной индукции:

$$\oint_{S} B \cdot dS = 0 \tag{17.19}$$

Таким образом, **полная система уравнений Максвелла в интегральной форме имеет вид:**

$$\oint_{L} \vec{E} \cdot dl = -\int_{S} \frac{dB}{dt} \cdot dS \qquad \oint_{S} D \cdot dS = \int_{V} \rho \cdot dV$$

$$\oint_{L} \vec{H} \cdot dl = \int_{S} \left(j + \frac{dD}{dt} \right) \cdot dS \qquad \oint_{S} \vec{B} \cdot dS = 0$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми и их значения определяются следующими выражениями:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \vec{E} \quad B = \mu_0 \cdot \mu \cdot \vec{H} \quad j = \gamma \cdot \vec{E}$$

где ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные,

ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости,

γ — удельная проводимость вещества.

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Уравнения Максвелла несимметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных. Для стационарных полей ($\vec{E} = const$ и $\vec{B} = const$) уравнения Максвелла примут вид:

$$\oint_L \vec{E} \cdot dl = 0 \quad \oint_S \vec{D} \cdot dS = Q \quad \oint_L \vec{H} \cdot dl = I \quad \oint_S \vec{B} \cdot dS = 0$$

т.е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного — только токи проводимости. В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно постоянные электрическое и магнитное поля.

Теория Максвелла, являясь обобщением основных законов электрических и магнитных явлений, не только смогла объяснить уже известные экспериментальные факты, что также является важным ее следствием, но и предсказала новые явления. Одним из важных выводов этой теории явилось существование магнитного поля токов смещения, что позволило Максвеллу предсказать существование электромагнитных волн — переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. В дальнейшем было доказано, что скорость распространения свободного электромагнитного поля (не связанного с зарядами и токами) в вакууме равна скорости света $c = 3\times10^8$ м/с. Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны. Электромагнитные волны на опыте были получены немецким физиком Г. Герцем (1857—1894), доказавшим, что законы их возбуждения и распространения полностью описываются уравнениями Максвелла. Таким образом, теория Максвелла была экспериментально подтверждена.

Тема № 18

«Основные законы и характеристики переменного тока»

План:

1. Свободные электромагнитные колебания. Простейший колебательный контур.
2. Переменный ток. Основные способы его получения.
3. Эффективное (действующее) значение переменного тока.
4. Емкостное сопротивление в цепи переменного тока.
5. Индуктивное сопротивление в цепи переменного тока.
6. Закон Ома для цепи переменного тока.
7. Трансформаторы.

1. Свободные электромагнитные колебания. Простейший колебательный контур

В механике мы рассматривали систему - груз, подвешенный к пружине, способную совершать гармонические колебания. Когда груз находится в крайних положениях, его кинетическая энергия равна нулю, а потенциальная энергия максимальна. При прохождении грузом положения равновесия, напротив, кинетическая энергия максимальна, а потенциальная энергия равна нулю. Поэтому можно сказать, что механическое колебание есть периодическое превращение энергии системы из кинетической в потенциальную, и наоборот.

Аналогичные процессы мы имеем и при электромагнитных колебаниях. Электромагнитные колебания, как и механические, могут возникать только в определенных системах. Простейшей системой, в которой могут возникать электромагнитные колебания является *колебательный контур*. Колебательный контур – это электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности L, конденсатора C и активного сопротивления R. Различают *линейные и нелинейные* контура. В линейных контурах его параметры L, C, R не зависят от интенсивности колебаний и период колебаний не зависит от амплитуды (изохронность колебаний). В нелинейных контурах, например, при наличии катушки с ферромагнитным сердечником, изохронность не соблюдается.

Если при разомкнутой цепи зарядить конденсатор, то он будет обладать энергией $\left(W = \frac{q^2}{2C}\right)$. При замыкании заряженного конденсатора на катушку индуктивности в цепи возникает электрический ток и заряд конденсатора начнет уменьшаться. Через четверть периода заряд конденсатора станет равным нулю, но сила тока в цепи достигает максимального значения и магнитное поле в катушке, будет обладать энергией $\left(W = \frac{LI^2}{2}\right)$. Затем ток в цепи начнет уменьшаться, но возникающая при этом ЭДС самоиндукции будет поддерживать уменьшающийся ток, что приводит к перезарядке конденсатора и образованию энергии электрического поля $\left(W = \frac{q^2}{2C}\right)$.

Если сопротивление контура R равно нулю (идеальный контур), то указанный процесс периодического превращения энергии электрического поля $\left(W = \frac{q^2}{2C}\right)$ в энергию магнитного поля $\left(W = \frac{LI^2}{2}\right)$ и обратно будет продолжаться неограниченно долго, и мы получим незатухающие электромагнитные колебания.

Из сопоставления электромагнитных и механических колебаний следует, что энергия электрического поля $\left(W = \frac{q^2}{2C}\right)$ аналогична потенциальной энергии $\left(\frac{kx^2}{2}\right)$, а энергия магнитного поля $\left(W = \frac{LI^2}{2}\right)$ аналогична кинетической энергии $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$. Из этой аналогии следует, что индуктивность L играет роль массы m, величина обратная емкости $\frac{1}{C}$ играет роль коэффициента жесткости k, заряду q соответствует смещение x, силе тока $I = \frac{dq}{dt}$, скорость $v = \frac{dx}{dt}$.

Для периода колебаний в колебательном контуре получается формула

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad (18.1)$$

называемая *формулой Томсона.*

2. Переменный ток. Основные способы его получения

Для получения переменного тока необходимо вращать замкнутый проводящий виток во внешнем магнитном поле (рис. 121), с угловой скоростью ω.

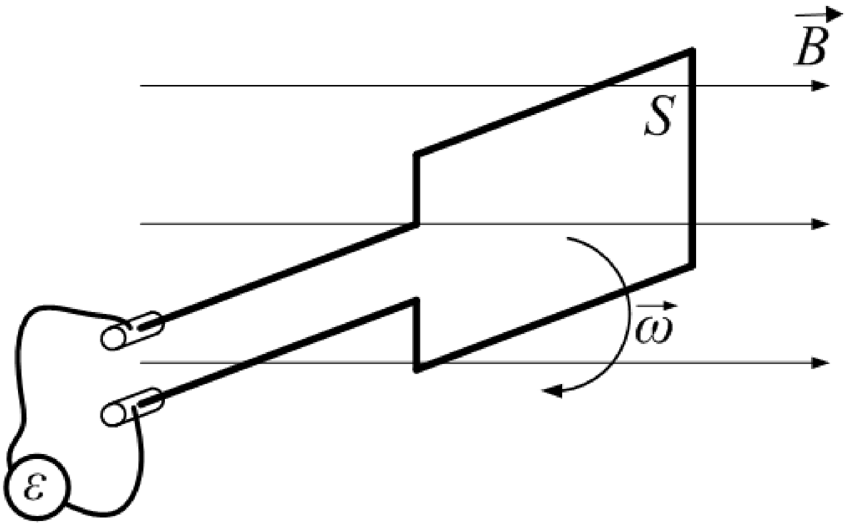


Рис. 121

где B – индукция внешнего магнитного поля ($\vec{B} = const$), S – площадь контура (витка), φ – угол поворота контура.

Магнитный поток, пронизывающий контур в этом случае будет изменяться согласно следующему выражению:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\ \varphi$$

Известно, что $\omega = \frac{}{t} \quad \rightarrow \quad = \omega \cdot t$,

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \omega t\,. \tag{18.2}$$

При вращении рамки магнитный поток изменяется, и мгновенное значение ЭДС индукции определяется выражением:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos\omega \cdot t)}{dt} = B \cdot S \cdot \sin\omega \cdot t\,. \tag{18.3}$$

Так как $B \cdot S \cdot \omega = \varepsilon_{\max}$, то $\varepsilon_i = \varepsilon_{max} \cdot \sin\omega t$.

$$I_i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_{\max}}{R} \cdot \sin \omega \cdot t\,,$$

$$I_i = I_{max} \cdot \sin\omega t\,, \tag{18.4}$$

где $\varepsilon_{\max}$, $I_{\max}$ – амплитудные значения ЭДС и силы тока,

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

Таким образом, мгновенные значения ЭДС и силы переменного тока изменяются по закону синуса или косинуса, т.е. данный процесс представляет собой электромагнитные гармонические колебания.

Если подключить источник переменного тока к осциллографу, то на экране увидим синусоиду (рис. 122). Как видно из данного графика переменный электрический ток за период дважды изменяет свое направление.

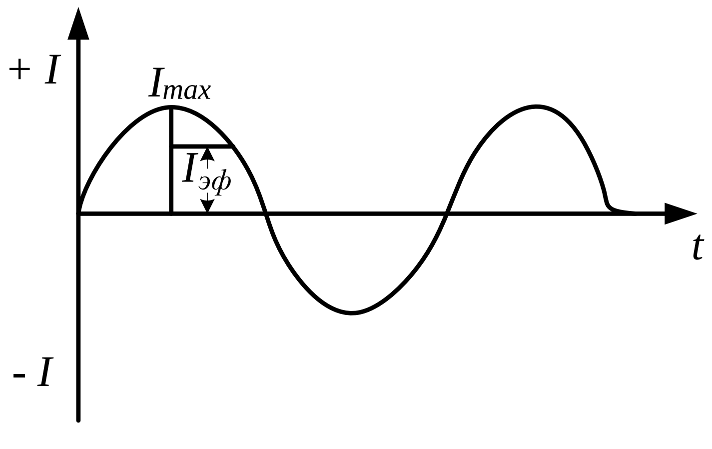


Рис. 122

3. Эффективное (действующее) значение переменного тока

Если переменный ток имеет частоту 50 Гц, то стрелка прибора, включенного в эту цепь должна за 1 с, совершать 100 колебаний, что из-за инерции невозможно.

Электроизмерительные приборы, включенные в цепь переменного тока, измеряют эффективное или действующее значение переменного тока.

Эффективным или действующим значением переменного тока называется такое значение постоянного тока, который имеет такую же выделяемую тепловую мощность, что и данный переменный ток.

$$I_{эф} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0{,}71 \cdot I_{\max}\,,\ U_{эф} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 0{,}71 \cdot U_{\max}\,. \qquad (18.5)$$

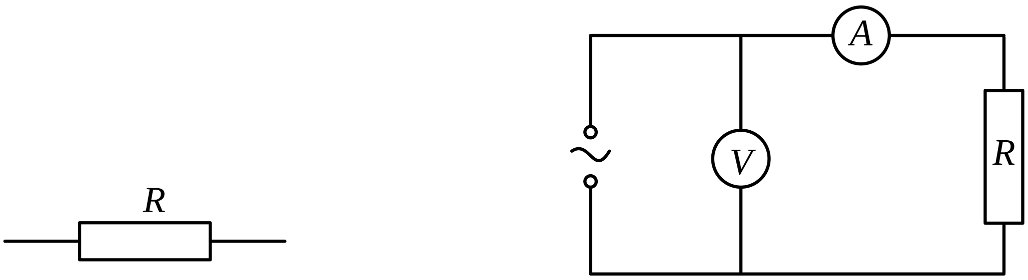


Рис. 123

Активное (омическое) сопротивление в цепи переменного тока (рис. 123) – это сопротивление, на котором выделяется тепловая энергия при прохождении электрического тока. Данные сопротивления в электрических цепях переменного тока широко распространены в виде металлических проводников или растворов электролитов, в которых происходят необратимые потери энергии, приводящие к их нагреванию.

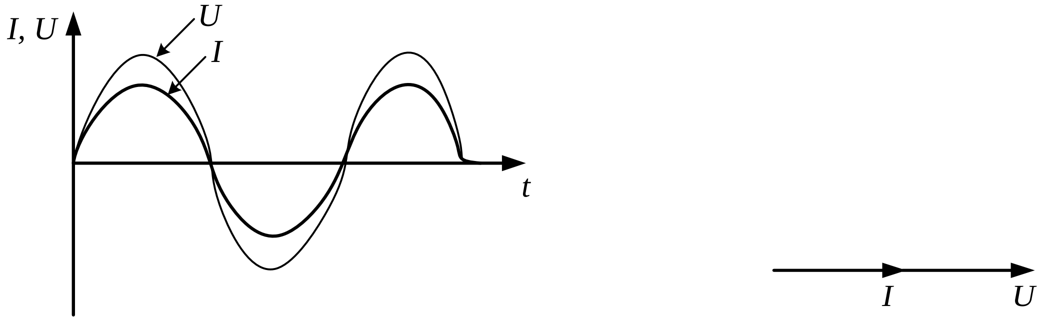


Рис. 124

В цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе (рис. 124) и выполняется закон Ома:

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R}.$$

Работа и мощность на R_0 – омическом сопротивлении:

$$A = I_Э \cdot U_Э \cdot t = I_Э^2 \cdot R_0 \cdot t = \frac{U_Э^2}{R_0} \cdot t, \qquad (18.6)$$

$$P = I_Э \cdot U_Э = I_Э^2 \cdot R_0 = \frac{U_Э^2}{R_0}. \qquad (18.7)$$

4. Емкостное сопротивление в цепи переменного тока

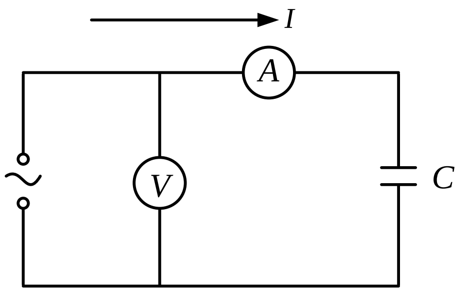


Рис. 125

В цепи постоянного тока конденсатор представляет собой бесконечно большое сопротивление и постоянный ток не проходит через диэлектрик находящийся между обкладками конденсатора (рис. 125). Однако, конденсатор не разрывает цепь переменного тока. Попеременно заряжаясь и разряжаясь, он поддерживает ток во внешней цепи, то есть представляет сопротивление, называемое емкостным (рис. 126).

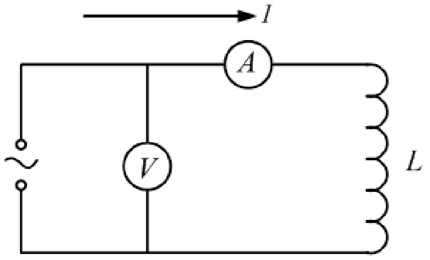


Рис. 126

Мгновенное значение напряжения на конденсаторе определяется уравнением:

$$U_C = \varepsilon_i = \varepsilon_{max} \cdot \sin\omega \cdot t, \qquad (18.8)$$

Мгновенное значение заряда на обкладках конденсатора равно:

$$q = C \cdot U_C, \tag{18.9}$$

где С – емкость конденсатора.

Окончательно, мгновенное значение заряда определяется уравнением:

$$q = C \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \sin\omega \cdot \mathrm{t}, \tag{18.10}$$

Мгновенное значение силы переменного тока, проходящего через конденсатор:

$$I_i = \frac{dq}{dt},$$

$$I_i = \frac{d \cdot \left(C \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \sin \omega \cdot t\right)}{dt} \tag{18.11}$$

$$I_i = C \cdot \omega \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \cos\omega \cdot t = \varepsilon_{max} \cdot C \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{18.12}$$

Так как $I_{\max} = \varepsilon_{\max} \cdot C \cdot \omega$, то окончательно

$$I_i = I_{max} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{18.13}$$

Из уравнения (18.13) видно, что на конденсаторе сила переменного тока опережает напряжение на $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Так как $I_i = \dfrac{\varepsilon_{\max}}{\dfrac{1}{C \cdot \omega}}$, то

$$x = \frac{1}{C \cdot \omega} \tag{18.14}$$

емкостное сопротивление.

5. Индуктивное сопротивление в цепи переменного тока

Сила переменного тока зависит от формы проводника. Если приложить напряжение U к прямому проводу, то сила тока, протекающего через проводник, буде достаточно большой, если же этот проводник свернуть в виде катушки, и вставить в нее металлический сердечник, то сила тока резко уменьшится, то есть для переменного тока проводники обладают наряду с омическим и индуктивным сопротивлением (рис. 127). В цепях переменного тока с индуктивностью возникают токи самоиндукции, в результате чего уменьшается амплитудная и эффективная силы токов.

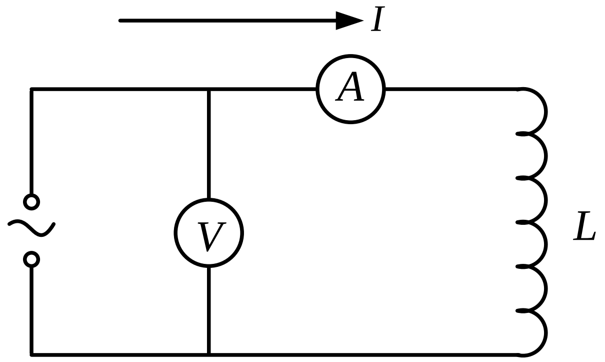


Рис. 127

Так как $I_i = I_{max} \cdot \sin\omega \cdot t$, $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_i}{dt}$, $\Phi_i = I_i \cdot L$, то $\varepsilon_i = -L\frac{dI_i}{dt}$

Отсюда

$$dI_i = \frac{\varepsilon_i}{L}dt = \frac{\varepsilon_m}{L}\cos\omega t \qquad (18.15)$$

После интегрирования данного выражения получим:

$$I_i = \frac{\varepsilon_m}{\omega L}\sin\omega t = \frac{\varepsilon_m}{\omega L}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (18.16)$$

Где $I_m = \frac{\varepsilon_m}{\omega L}$.

Из выражения (18.16) следует, что роль сопротивления в данном случае, играет величина

$$X_L = \omega L \qquad (18.17)$$

которая называется *реактивным индуктивным сопротивлением*.

Из сравнения выражений (18.13) и (18.16) следует, что сдвиг фаз между током и напряжением равен $-\frac{\pi}{2}$, причем ток отстает от напряжения. Отметим, что возникновение реактивного индуктивного сопротивления связано с возникновением ЭДС самоиндукции в катушке, при протекании в ней переменного тока.

6. Закон Ома для цепи переменного тока

Рассмотрим цепь, состоящую из резистора R, конденсатора C, катушки индуктивности L, соединенных между собой последовательно и подключенных к источкину переменного тока (рис. 128). При прохождении тока на всех участках цепи произойдет падение напряжения U_R, U_C, U_L. Рассмотрим векторную диаграмму падения напряжений (рис. 129).

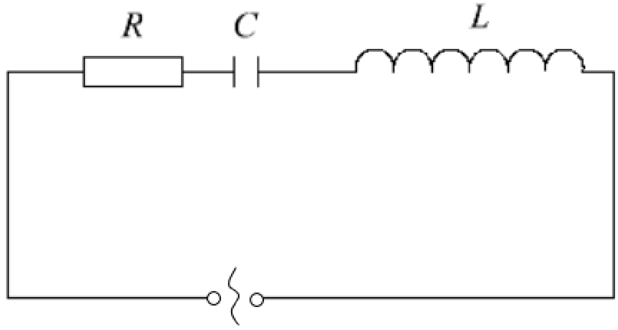


Рис. 128

Амплитуда приложенного напряжения (U_m) будет равна геометрической сумме напряжений на отдельных участках цепи. Выразим U_m из прямоугольного треугольника (рис. 129).

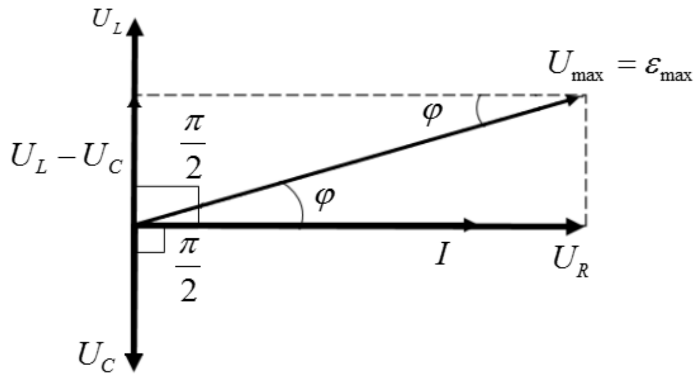


Рис. 129

$$U_{\max} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \qquad (18.18)$$

Известно, что $U_R = I \cdot R$, $\quad U_C = I\dfrac{1}{wc}$, $\quad U_L = IwL$

$$\varepsilon_{\max} = u_{\max} = \sqrt{(I^2R^2)^2 + I^2\left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2} = I\sqrt{R^2 + \left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2} \qquad (18.19)$$

Из уравнения выразим силу тока I:

$$I = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{R^2 + \left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2}} = \frac{\varepsilon_{\max}}{Z}$$

(18.20)

- Закон Ома для цепи переменного тока.

$Z = \sqrt{R^2 + \left(wL - \dfrac{1}{wC}\right)^2}$ – полное сопротивление цепи переменного тока. (18.21)

7. Трансформаторы

Возбуждение ЭДС индукции в одном контуре за счет изменения тока в другом контуре может быть нежелательным (например, в радиотехнических устройствах такие паразитные ЭДС представляют серьезную проблему).

Однако существуют и устройства, основанные на этом явлении и приносящие большую пользу. Явление взаимной индукции лежит в основе работы трансформатора, применяемого для изменения напряжения переменного тока. Трансформатор был изобретен П.И. Яблочковым и усовершенствован И.Ф. Усагиным.

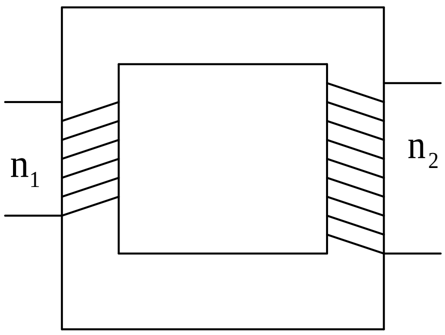


Рис. 130.

Первичная и вторичная обмотки трансформатора, имеющие соответственно число витков n_1 и n_2, закреплены на замкнутом ферромагнитном сердечнике (рис. 130). Магнитный поток, создаваемый переменным током, текущим в первичной обмотке, полностью локализован в сердечнике и, поэтому, он будет пронизывать обе обмотки.

Напряжение, генерируемое в первичной обмотке трансформатора, имеющей число витков, равное $N_{перв}$ и подключенной к цепи переменного тока, равно:

$$U_{перв} = EN_{перв} = -N_{перв}\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad (18.18)$$

Вторичная обмотка с числом витков $N_{втор}$ пронизывается тем же потоком магнитной индукции, поэтому

$$U_{втор} = EN_{втор} = -N_{втор}\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad (18.19)$$

Отсюда: отношение напряжений на первичной и вторичной обмотках трансформатора равно отношению числа витков в этих обмотках и вторичное напряжение:

$$U_{втор} = U_{перв}\frac{N_{вор}}{N_{перв}} = KU_{перв} \qquad (18.\ 20)$$

Коэффициент K называется коэффициентом трансформации. Итак, если число витков во вторичной обмотке больше числа витков в первичной обмотке (K > 1), то трансформатор является повышающим (вторичное напряжение больше первичного). При K < 1 трансформатор является понижающим.

Если пренебречь потерями на нагревание сердечника трансформатора (в реальных трансформаторах КПД достигает 99%), то мощность, выделяемая в первичной цепи, $N = U_{перв} \cdot I_{перв}$, должна по закону сохранения энергии равняться мощности, выделяемой во вторичной цепи трансформатора, т.е. $U_{перв} \cdot I_{перв} = U_{втор} \cdot I_{втор}$, откуда:

$$I_{втор} = I_{перв}\frac{U_{перв}}{U_{втор}} = \frac{I_{перв}}{K} \qquad (18.21)$$

Итак, ток во вторичной цепи повышающего трансформатора становится меньше, чем ток в первичной обмотке. Это обстоятельство используется на практике при передаче энергии на большие расстояния. Генераторы электростанций вырабатывают ток большой силы и невысокого напряжения. На выходных повышающих трансформаторах электростанций напряжение повышается во много раз (до нескольких сотен тысяч вольт). При этом уменьшается ток в цепи, что приводит к уменьшению джоулевых потерь при передаче тока на большие расстояния. На конце цепи тока, подключенннопотребителям, понижающие трансформаторы уменьшают напряжение переменного тока до стандартного значения, при этом ток в цепи увеличи

ЛИТЕРАТУРА

1. **ЭБС Университетская библиотека ONLINE:** Айзенцон А. Е. Курс физики. Учебное пособие - М.: Абрис, 2012.-373 с.
2. **ЭБС Университетская библиотека ONLINE:** Алешкевич В. А. Курс общей физики. Механика - М.: Физматлит, 2010.- 473 с.
3. **ЭБС Университетская библиотека ONLINE:** Никеров В. А. ФизикаСовременный курс. Учебник - М.: Дашков и Ко, 2012. -452 с.
4. **Трофимова, Т.И.** Физика: учебник для студентов вузов по техн. направлениям подготовки /Т.И. Трофимова. - М.: Академия, 2012. – 320 с.
5. **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учеб. пособие для инж.- техн. специальностей вузов /Т.И. Трофимова. – 18-е изд., стер. - М.: Академия, 2010. – 560 с.
6. **Трофимова, Т.И.** Курс физики. Задачи и решения: учеб.пособие для студентов вузов по техн. направлениям и специальностям /Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов. – 4-е изд., испр. – М.: Академия, 2011. – 592 с.
7. **Любая, С. И.** Физика : курс лекций (направление 35.03.04 - Агрономия) / С. И. Любая ; СтГАУ. - Ставрополь : АГРУС, 2015. - 142 с.
8. ЭБ "Труды ученых СтГАУ": Любая, С. И. Курс физики [электронный полный текст] : по направлению 09.03.02 - Информ. системы и технологии / С. И. Любая ; СтГАУ. - Ставрополь : АГРУС, 2017. - 3,92 МБ.
9. ЭБ "Труды ученых СтГАУ": Практикум по физике [электронный полный текст] : по направлению 09.03.02 - «Информационные системы и технологии» / С. И. Любая, Г. П. Стародубцева, М. А. Афанасьев, О. С. Копылова ; СтГАУ. - Ставрополь : Спектр, 2017. - 2,84 МБ.
10. ЭБ "Труды ученых СтГАУ": Сборник задач по физике [электронный полный текст] : по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии» (бакалавр) / С. И. Любая, О. С. Копылова, М. А. Афанасьев, В. С. Афанасьева ; СтГАУ. - Ставрополь, 2017. - 1,52 МБ.
11. ЭБ "Труды ученых СтГАУ": Руководство для самостоятельной работы по естественным дисциплинам [электронный полный текст] : учеб.-метод. пособие для студентов с.-х. вузов / М. А. Афанасьев, И. А. Боголюбова, Ш. Ж. Габриелян, В. А. Кисюк, О. С. Копылова, С. И. Любая, М. А. Мастепаненко, Е. И. Рубцова, Г. П. Стародубцева, В. И. Хайновский ; СтГАУ. - Ставрополь : ВНИИОК, 2017. - 1,19 МБ